LEÇON 1

Construire des figures dans un plan cartésien

LA LEÇON EN BREF

de 80 à 100 min

Objectif du programme : Identifier et dessiner des figures dans le premier quadrant d'un plan cartésien. (6FE8)

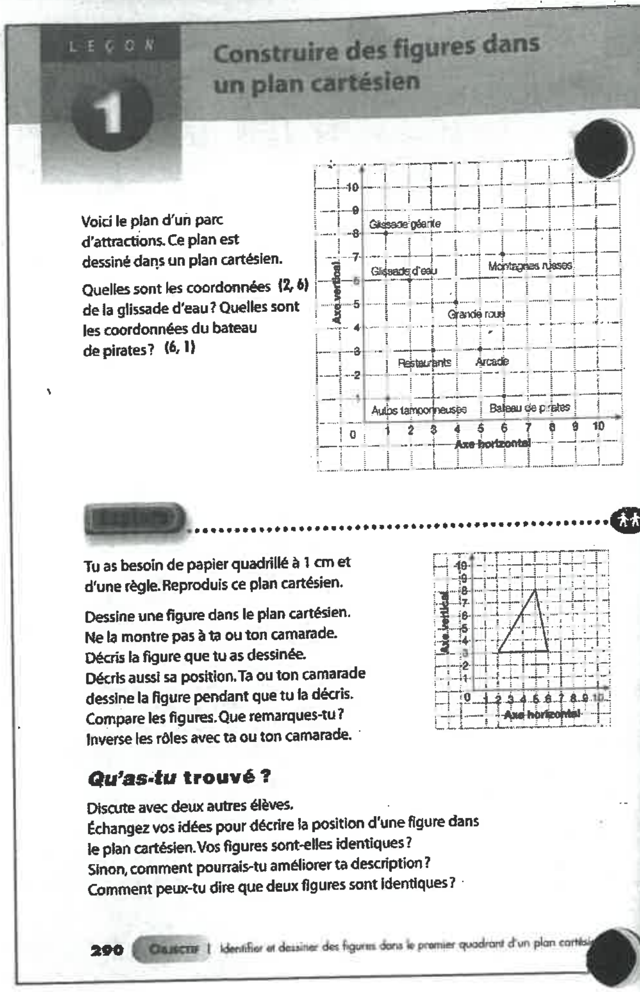
Matériel de l'élève
- *FRO 23 : Papier quadrillé à 1 cm*

Facultatif
- *FR 8.11 : Étape par étape 1*
- *FR 8.24 : Exercices supplémentaires 1*

Vocabulaire : un plan cartésien, les coordonnées, une paire ordonnée

Évaluation : *FRÉ 8.2 : Observation continue : Les transformations*

6.5.A


LEÇON 1

Construire des figures dans un plan cartésien

Voici le plan d'un parc d'attractions. Ce plan est dessiné dans un plan cartésien.

Quelles sont les coordonnées (2, 6) de la glissade d'eau ? Quelles sont les coordonnées du bateau de pirates ? (6, 1)

Tu as besoin de papier quadrillé à 1 cm et d'une règle. Reproduis ce plan cartésien.

Dessine une figure dans le plan cartésien. Ne la montre pas à ta ou ton camarade. Décris la figure que tu as dessinée. Décris aussi sa position. Ta ou ton camarade dessine la figure pendant que tu la décris. Compare les figures. Que remarques-tu ? Inverse les rôles avec ta ou ton camarade.

Qu'as-tu trouvé ?

Discute avec deux autres élèves. Échangez vos idées pour décrire la position d'une figure dans le plan cartésien. Vos figures sont-elles identiques ? Sinon, comment pourrais-tu améliorer ta description ? Comment peux-tu dire que deux figures sont identiques ?

290 OBJECTIF 1 Identifier et dessiner des figures dans le premier quadrant d'un plan cartésien

Notion clé

On peut décrire la position d'une figure dans un plan cartésien à l'aide de paires ordonnées.

AVANT Entrée en matière

Invitez les élèves à examiner le plan du parc d'attractions à la page 290 de leur manuel. Posez les questions suivantes :

- Quelles sont les coordonnées de la glissade d'eau ? (*(2, 6)*) Comment les avez-vous trouvées ? (*Je me déplace de 2 unités vers la droite le long de l'axe horizontal, puis de 6 unités vers le haut pour me rendre à la glissade d'eau.*)
- Quelles sont les coordonnées du bateau de pirates ? (*(6, 1)*) Comment les avez-vous trouvées ? (*Je me déplace de 6 unités vers la droite le long de l'axe horizontal, puis de 1 unité vers le haut pour atteindre le bateau de pirates.*)

Notez si des élèves nomment les coordonnées des attractions (6, 2) et (1, 6). Rappelez que les coordonnées sont toujours écrites dans le même ordre et que c'est pour cette raison qu'on parle d'une « paire ordonnée ». Le premier nombre indique la distance à parcourir vers la droite ; le deuxième nombre indique la distance à parcourir vers le haut.

Posez les questions suivantes aux élèves :

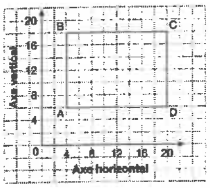
- Quelle attraction possède les coordonnées (6, 7) ? (*Les montagnes russes*)
- Quelles attractions sur le plan correspondent à une paire ordonnée de coordonnées identiques ? (*Les autos tamponneuses (1, 1) et les restaurants (3, 3)*)
- Supposez que votre camarade se trouve à la glissade d'eau et veut se rendre aux montagnes russes. Quelles consignes lui donnerez-vous ? (*Je lui dirai de se déplacer de 4 unités vers la droite et de 1 unité vers le haut.*)

Présentez la rubrique **Explore.** Distribuez la *FRO 23 : Papier quadrillé à 1 cm* aux élèves. Rappelez-leur d'utiliser une règle pour tracer les figures. Assurez-vous que les élèves comprennent que tous les sommets de leurs figures doivent se situer au point de rencontre de lignes du quadrillage.

[illegible] utiliser des paires ordonnées pour décrire [illegible]tion d'une figure dans un plan cartésien.

➤ Aria a conçu un terrain de jeu rectangulaire pour un parc de Victoria.

Pour créer ce terrain de jeu, Aria a dessiné un rectangle dans un plan cartésien. Elle a utilisé une échelle où 1 carré représente 2 m.



Pour décrire le rectangle, tu peux nommer ses sommets à l'aide de lettres. Écris ces lettres dans l'ordre où tu te déplaces autour du périmètre de la figure.

Utilise ensuite des coordonnées pour décrire l'emplacement des sommets.
Les coordonnées du point A sont (4, 6).
Les coordonnées du point B sont (4, 18).
Les coordonnées du point C sont (20, 18).
Les coordonnées du point D sont (20, 6).

Module 8 – Leçon 1 **291**

AUTREMENT DIT

Approfondissement

Supposez qu'un carré du quadrillage représente 15 m. Demandez aux élèves de déterminer la distance entre : les autos tamponneuses et le bateau de pirates ; les autos tamponneuses et la glissade géante ; les restaurants et l'arcade ; le bateau de pirates et les montagnes russes.

Erreurs fréquentes

➤ Les élèves comptent les carrés pour déterminer la longueur d'un segment de droite, mais ils oublient l'échelle.

Que faire ? Rappelez aux élèves que chaque carré du quadrillage représente une certaine longueur. Par exemple, si chaque carré représente 3 m, alors le nombre de carrés doit être multiplié par 3 m.

➤ Les élèves ont de la difficulté à créer une figure à partir des points tracés dans un plan cartésien.

Que faire ? Montrez aux élèves comment relier un point au suivant dans un plan cartésien. Certains élèves attendent d'avoir tracé tous les points avant de les relier. Pour d'autres, cela crée de la confusion, car ils sont incapables de se rappeler l'ordre dans lequel ils ont tracé les points.

Solutions

2. Puisque les coordonnées des extrémités des segments de droite AB et EF sont données, je les ai utilisées pour déterminer la longueur. J'ai compté les carrés pour trouver la longueur de $\overline{CD}$ et de $\overline{GH}$. Je n'ai pas eu besoin de multiplier puisque l'échelle indique que 1 carré représente 1 unité.

PENDANT Explore

Évaluation continue : Observer et écouter

Pendant que les élèves travaillent, posez-leur les questions suivantes :

- Quelle figure avez-vous dessinée ? (*J'ai dessiné un triangle.*)
- Comment avez-vous décrit la figure à votre camarade ? (*Je lui ai donné les coordonnées du premier sommet : (2, 3). Ensuite, je lui ai dit de se déplacer de 4 unités vers la droite pour se rendre au deuxième sommet, puis de 5 unités vers le haut et de 1 unité vers la gauche pour se rendre au troisième sommet. Je lui ai dit de relier ces points pour former un triangle.*)
- Quelqu'un a-t-il décrit sa figure d'une autre façon ? Comment ? (*J'ai donné à ma camarade les coordonnées de tous les sommets, puis je lui ai dit de relier tous ces points pour former un pentagone.*)
- La figure de votre camarade correspond-elle à la vôtre ? (*Non. Lorsque mon camarade a tracé l'un des sommets, il s'est déplacé vers le haut avant de se déplacer vers la droite. Alors, un des sommets ne se trouve pas à la bonne position.*)
- Quels termes utilisez-vous pour décrire la position de votre figure ? (*J'utilise des termes comme : axe horizontal, axe vertical, coordonnées, paire ordonnée, vers le haut, vers le bas, vers la droite, vers la gauche. J'utilise aussi des caractéristiques pour décrire l'apparence de ma figure, par exemple le nombre de côtés et le nombre de côtés parallèles.*)

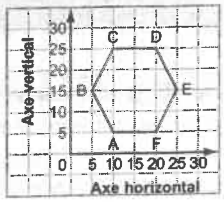
APRÈS Découvre

Invitez les élèves à présenter leurs idées sur la façon de décrire la position d'une figure dans un plan cartésien.

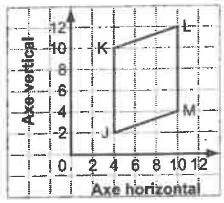
Posez des questions aux élèves :

- Comment avez-vous décrit la position d'une figure dans un plan cartésien ? (*J'ai indiqué le nom de la figure et les coordonnées de chaque sommet.*)
- Qu'avez-vous remarqué au sujet de votre figure et de celle de votre camarade ? (*Elles étaient congruentes ; elles coïncidient parfaitement.*)

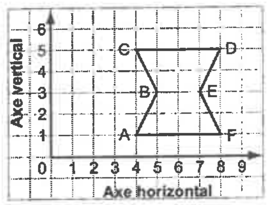
3. a), b)



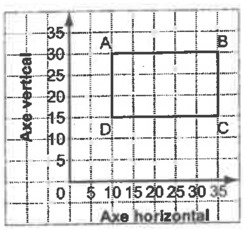
4. a) J'ai utilisé une échelle où 1 carré représente 2 unités parce que chaque coordonnée est divisible par 2.



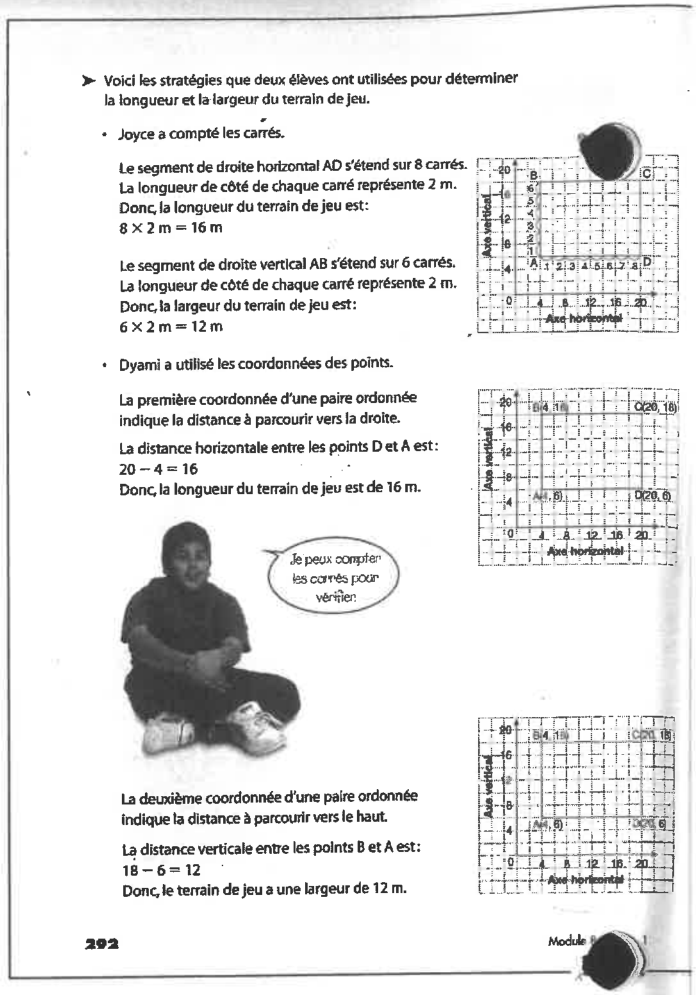
5. Par exemple : A(4, 1), B(5, 3), C(4, 5), D(8, 5), E(7, 3), F(8, 1) ; la figure est un hexagone formé à partir de 2 trapèzes.



6. a), b)



J'ai utilisé une échelle où 1 carré représente 5 unités, puisque chaque coordonnée est divisible par 5.



➤ Voici les stratégies que deux élèves ont utilisées pour déterminer la longueur et la largeur du terrain de jeu.

- Joyce a compté les carrés.

Le segment de droite horizontal AD s'étend sur 8 carrés. La longueur de côté de chaque carré représente 2 m. Donc, la longueur du terrain de jeu est : $8 \times 2\ m = 16\ m$

Le segment de droite vertical AB s'étend sur 6 carrés. La longueur de côté de chaque carré représente 2 m. Donc, la largeur du terrain de jeu est : $6 \times 2\ m = 12\ m$

- Dyami a utilisé les coordonnées des points.

La première coordonnée d'une paire ordonnée indique la distance à parcourir vers la droite.

La distance horizontale entre les points D et A est : $20 - 4 = 16$
Donc, la longueur du terrain de jeu est de 16 m.

La deuxième coordonnée d'une paire ordonnée indique la distance à parcourir vers le haut.

La distance verticale entre les points B et A est : $18 - 6 = 12$
Donc, le terrain de jeu a une largeur de 12 m.

292 Module 8

- Comment pouvez-vous savoir si deux figures sont congruentes ? (*Je peux placer le calque d'une figure sur l'autre pour vérifier si elles coïncident.*)
- Quelqu'un a-t-il dû améliorer sa description ? Pourquoi ? (*Oui. J'ai d'abord donné les coordonnées d'un sommet, puis j'ai donné la position des autres sommets selon la position du premier. La description pouvait être plus claire.*)

Pendant l'étude de la rubrique **Découvre**, assurez-vous que les élèves comprennent qu'on aurait pu nommer les sommets du rectangle dans le sens contraire des aiguilles d'une montre et que la direction choisie n'a pas d'importance.

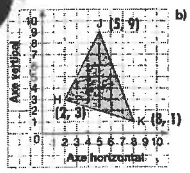
Posez les questions suivantes :

- Selon vous, pourquoi Aria n'a pas utilisé une échelle où 1 carré représente 1 m ? (*Les coordonnées de certains points sont très grandes, et Aria voulait construire un quadrillage de grandeur raisonnable. Elle a utilisé une échelle où 1 carré représente 2 m, puisque chaque coordonnée est divisible par 2.*)

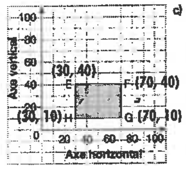
Voyez les deux stratégies utilisées pour trouver la longueur et la largeur du terrain de jeu. Assurez-vous que les élèves comprennent qu'il peut sembler facile de calculer des carrés, mais que cela cause souvent des erreurs. Par exemple, il est plus facile de faire une erreur s'il y a beaucoup de carrés à compter. De plus, les élèves doivent se souvenir de multiplier le nombre de carrés par le nombre d'unités représenté par chaque carré lorsque l'échelle où 1 carré représente 1 unité n'est pas utilisée.

- Quelle stratégie utilisée pour déterminer la longueur d'un segment de droite préférez-vous ? Pourquoi ? (*Je préfère utiliser les coordonnées des points. Pour choisir les coordonnées des paires ordonnées à utiliser, je soustrais le plus petit nombre du plus grand. Puisque « horizontal » précède « vertical » dans le dictionnaire, je me rappelle de soustraire les premières coordonnées pour trouver la longueur horizontale et les deuxièmes coordonnées pour trouver la longueur verticale.*)

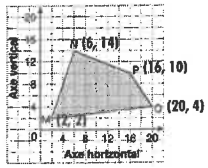
les coordonnées des sommets de chaque figure.



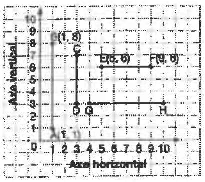
b)



c)

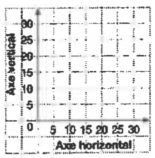


2. Détermine la longueur de chaque segment de droite dans ce plan cartésien. Décris la stratégie que tu as utilisée.



$\overline{AB}$ = 7 unités
$\overline{CD}$ = 4 unités
$\overline{EF}$ = 4 unités
$\overline{GH}$ = 6 unités

3. Reproduis ce plan cartésien.
   a) Trace chaque point dans le plan cartésien.
      A(10, 5) B(5, 15) C(10, 25)
      D(20, 25) E(25, 15) F(20, 5)
   b) Relie les points dans l'ordre. Puis relie le point F au point A.
   c) Décris la figure que tu as dessinée. **Un hexagone**



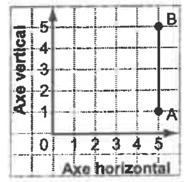
4. Trace un plan cartésien et nomme ses axes.
   a) Trace chaque point dans le plan cartésien. Quelle échelle as-tu utilisée ? Explique ton choix.
      J(4, 2) K(4, 10) L(10, 12) M(10, 4)
   b) Relie les points dans l'ordre. Puis relie le point M au point J. Décris la figure que tu as dessinée. **Un parallélogramme**

5. Dessine une figure dans un plan cartésien. Chaque sommet doit se trouver à un point de rencontre de lignes du quadrillage. Énumère les sommets de la figure, dans l'ordre. Échange ta liste contre celle d'une ou d'un camarade. Dessine la figure décrite par la liste reçue.

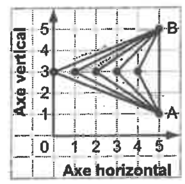
Module 8 – Leçon 1 **293**

c) La distance horizontale entre les points B et A est de $35 - 10 = 25$. Alors, la longueur de $\overline{AB}$ est de 25 unités. La distance verticale entre les points B et C est de $30 - 15 = 15$. Alors, la longueur de $\overline{BC}$ est de 15 unités. Puisque la figure est un rectangle, les côtés opposés sont égaux. Alors, la longueur de $\overline{CD}$ est de 25 unités, et la longueur de $\overline{AD}$ est de 15 unités.

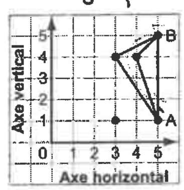
7. a)



b) Je peux le faire de 5 façons différentes dans mon plan cartésien. Les coordonnées du point C peuvent être (4, 3), (3, 3), (2, 3), (1, 3) ou (0, 3). Chaque triangle est isocèle puisque 2 côtés sont égaux.



c) Les coordonnées de D peuvent être (4, 4), (3, 4) ou (3, 1). Chaque triangle est scalène puisque tous les côtés sont inégaux.



Posez la question suivante aux élèves :

- **Supposez que 1 carré représente 5 m selon l'échelle utilisée pour dessiner le terrain de jeu rectangulaire. Comment déterminez-vous la largeur du terrain de jeu lorsqu'il y a 8 carrés le long du côté horizontal ?** (*Je multiplie 8 par 5 m puisque la longueur de côté de chaque carré du quadrillage représente 5 m. La largeur du terrain de jeu est de 40 m.*)

Amorcez une discussion sur la façon de choisir l'échelle des axes. Assurez-vous que les élèves comprennent que, souvent, plus d'une échelle est possible.

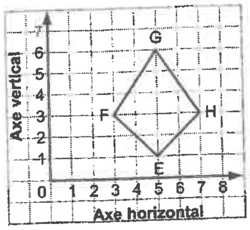
À ton tour

Distribuez la *FRO 23 : Papier quadrillé à 1 cm* aux élèves pour les questions 3 à 9. Pour la question 7, les élèves peuvent avoir besoin de revoir les divers types de triangles étudiés au module 6.

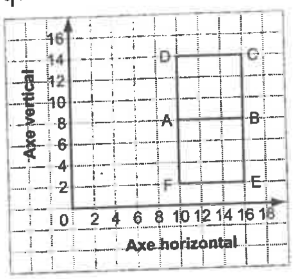
Évaluation : Question 6

Les élèves devraient reconnaître que, puisque chaque coordonnée est divisible par 5, l'échelle la plus appropriée est celle où 1 carré représente 5 unités. Certains élèves pourraient utiliser une échelle où 1 carré représente 10 unités, mais leurs sommets ne seront pas tous en un point où des lignes du quadrillage se rencontrent. Les élèves devraient comprendre que la figure est un quadrilatère puisqu'il y a 4 points à tracer. Une fois la figure tracée, ils devraient être plus précis et dire qu'il s'agit d'un rectangle. Les élèves peuvent déterminer la longueur de chaque côté du rectangle en utilisant la stratégie de leur choix.

Les élèves qui ont besoin d'un soutien complémentaire peuvent utiliser la *FR 8.11 : Étape par étape 1* pour répondre à la question d'évaluation.

8. a) 

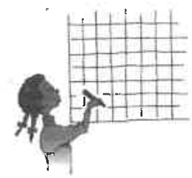
b) Un cerf-volant a 2 paires de côtés adjacents égaux. Alors, j'ai situé H de manière à ce que $\overline{FG}$ soit de la même longueur que $\overline{GH}$, et que $\overline{EF}$ soit de la même longueur que $\overline{HE}$.

9. a) 

RÉFLÉCHIS : J'examine les nombres des paires ordonnées pour savoir s'ils ont un facteur commun. Par exemple, si les coordonnées de 3 points sont (20, 30), (10, 40) et (20, 20), je peux utiliser une échelle où 1 carré représente 10 unités, puisque chaque coordonnée est divisible par 10. Il est aussi possible d'utiliser une échelle où 1 carré représente 5 unités ou 2 unités, puisque chaque coordonnée est divisible par 5 et par 2. Mon choix d'échelle a une influence sur la grandeur du plan cartésien et celle de la figure.

6. Trace un plan cartésien et nomme ses axes.
   a) Trace chaque point dans le plan cartésien.
   Quelle échelle as-tu utilisée ?
   Explique ton choix.
   A(10, 30) B(35, 30) C(35, 15) D(10, 15)
   b) Relie les points dans l'ordre. Puis relie le point D au point A.
   Décris la figure que tu as dessinée. **Un rectangle**
   c) Détermine la longueur de chaque côté de la figure.
   Montre ton travail.

7. Trace un plan cartésien et nomme ses axes.
   a) Trace les points A(5, 1) et B(5, 5).
   Relie les points.
   b) Trouve le point C tel que le △ABC est isocèle.
   De combien de façons différentes peux-tu le faire ?
   Dessine chaque façon que tu as trouvée.
   Écris les coordonnées de C.
   Comment sais-tu que chaque triangle est isocèle ?
   c) Trouve le point D tel que le △ABD est scalène.
   Montre 3 triangles scalènes différents.
   Écris les coordonnées du point D.
   Comment sais-tu que chaque triangle est scalène ?



8. Trace un plan cartésien et nomme ses axes.
   a) Trace les points E(5, 1), F(3, 3), G(5, 6).
   b) Trouve les coordonnées du point H qui forme le cerf-volant EFGH. **(7, 3)**
   Explique la stratégie que tu as utilisée.

9. Les points A(10, 8) et B(16, 8) sont deux sommets d'un carré.
   Trace ces points dans un plan cartésien.
   a) Quelles sont les coordonnées des deux autres sommets ? **C(16, 14) et D(10, 14) ou E(16, 2) et F(10, 2)**
   Trouve le plus de réponses possible.
   b) Quelle est la longueur de côté de chaque carré que tu as dessiné ? **6 unités**

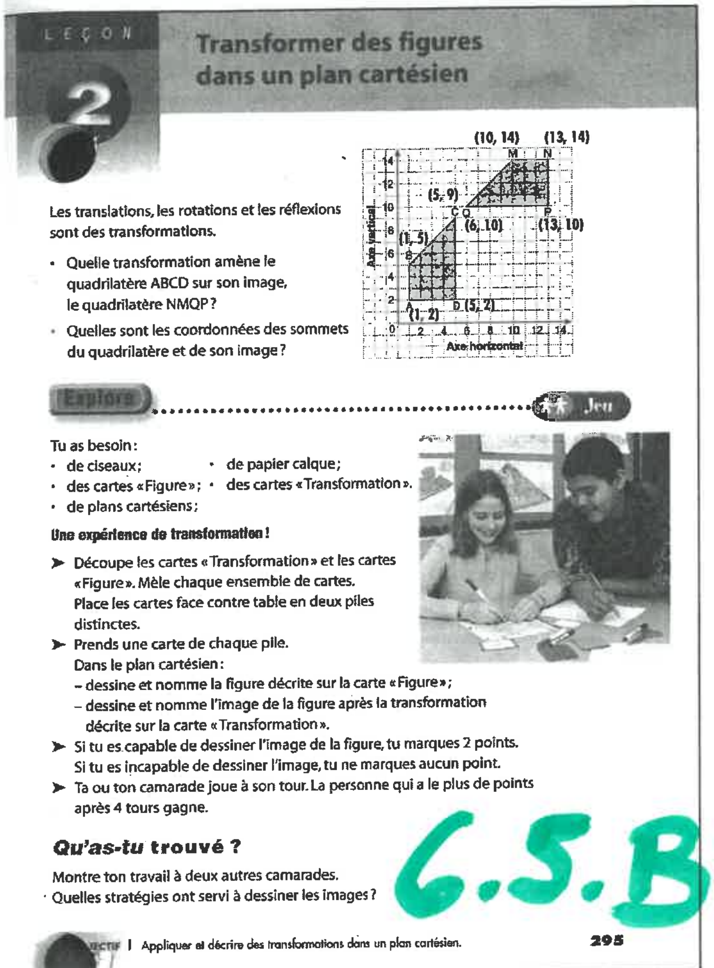
Réfléchis

Comment choisis-tu l'échelle pour tracer un ensemble de points dans un plan cartésien ?
Y a-t-il parfois plus d'une échelle possible ? Explique ta réponse.

294 ÉVALUATION | Question 6 Module

ÉVALUATION AU SERVICE DE L'APPRENTISSAGE

Ce qu'il faut observer	Que faire si ce n'est pas le cas
Compréhension des concepts ✔ Les élèves choisissent la bonne échelle lorsqu'ils doivent tracer un ensemble de points dans un plan cartésien. ✔ Les élèves savent décrire la position d'une figure dans un plan cartésien. ***Savoir procédural*** ✔ Les élèves tracent un ensemble de points dans un plan cartésien, puis relient les points pour former une figure. ✔ Les élèves déterminent la longueur d'un segment de droite vertical ou horizontal dans un plan cartésien.	***Questionner davantage*** Pendant que les élèves travaillent la question 2, posez-leur des questions : • Le segment de droite AB est-il horizontal ou vertical ? • Quelle coordonnée d'une paire ordonnée représente la distance à parcourir vers le haut ou vers le bas ? • Dans les coordonnées des points A et B, quel est le plus grand nombre ? • Soustrayez le plus petit nombre du plus grand. Quelle est la longueur du segment de droite AB ? • Comment pouvez-vous compter les carrés pour vérifier ? ***Adapter l'enseignement*** Demandez aux élèves de déterminer la longueur de segments de droite dans un plan cartésien où 1 carré représente 1 unité. Lorsque les élèves sont habiles avec les deux stratégies, présentez-leur des plans cartésiens où les échelles diffèrent.



LEÇON 2

Transformer des figures dans un plan cartésien

Les translations, les rotations et les réflexions sont des transformations.

- Quelle transformation amène le quadrilatère ABCD sur son image, le quadrilatère NMQP ?
- Quelles sont les coordonnées des sommets du quadrilatère et de son image ?

Explore .... Jeu

Tu as besoin :
- de ciseaux ;
- de papier calque ;
- des cartes « Figure » ;
- des cartes « Transformation ».
- de plans cartésiens ;

Une expérience de transformation !

➤ Découpe les cartes « Transformation » et les cartes « Figure ». Mêle chaque ensemble de cartes. Place les cartes face contre table en deux piles distinctes.

➤ Prends une carte de chaque pile. Dans le plan cartésien :
– dessine et nomme la figure décrite sur la carte « Figure » ;
– dessine et nomme l'image de la figure après la transformation décrite sur la carte « Transformation ».

➤ Si tu es capable de dessiner l'image de la figure, tu marques 2 points. Si tu es incapable de dessiner l'image, tu ne marques aucun point.

➤ Toi ou ton camarade joue à son tour. La personne qui a le plus de points après 4 tours gagne.

Qu'as-tu trouvé ?

Montre ton travail à deux autres camarades.
Quelles stratégies ont servi à dessiner les images ?

6.5.B

OBJECTIF | Appliquer et décrire des transformations dans un plan cartésien. 295

LEÇON 2

Transformer des figures dans un plan cartésien

LA LEÇON EN BREF de 80 à 100 min

Objectif du programme : Appliquer et décrire des transformations dans un plan cartésien. (6FE9)

Matériel de l'élève
- ciseaux
- papier calque
- *FR 8.16 : Cartes « Figure » pour la rubrique Explore de la leçon 2*
- *FR 8.17 : Cartes « Transformation » pour la rubrique Explore de la leçon 2*
- *FR 8.18 : Plan cartésien pour la rubrique Explore de la leçon 2*
- *FRO 23 : Papier quadrillé à 1 cm*

Facultatif
- Miras
- *FR 8.12 : Étape par étape 2*
- *FR 8.25 : Exercices supplémentaires 2*

Vocabulaire : une translation, une réflexion, une rotation, prime

Évaluation : *FRÉ 8.2 : Observation continue : Les transformations*

Notions clés

1. On peut décrire l'image obtenue par une transformation dans un plan cartésien à l'aide des coordonnées des sommets.
2. Lorsqu'on nomme les sommets d'une image obtenue par une transformation, le symbole « prime » suit la lettre qui indique le point correspondant de l'image. Par exemple, le point A' est l'image du point A.

AVANT Entrée en matière

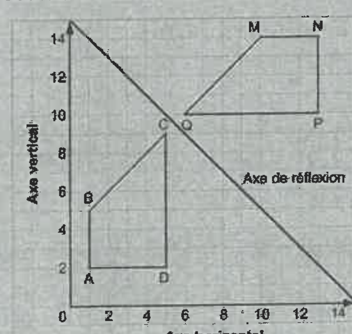
Révisez les translations, les réflexions et les rotations. Invitez des volontaires à représenter des exemples de chaque type de transformation.

Posez les questions suivantes aux élèves :

- **Quels objets ont un mouvement de translation ?** (*Un trottoir roulant ; une rondelle de hockey qui glisse sur la patinoire ; un traîneau qui descend une pente*)
- **Quels exemples de réflexions avez-vous remarqués ?** (*La réflexion d'une montagne dans un lac ; la réflexion d'une personne dans un miroir*)
- **Quels objets ont un mouvement de rotation ?** (*Les aiguilles d'une horloge ; un manège ; la flèche d'une roulette*)

Demandez aux élèves d'examiner les quadrilatères à la page 295 de leur manuel. Posez-leur les questions suivantes :

- **Que remarquez-vous lorsque vous comparez les quadrilatères ABCD et NMQP ?** (*Ils sont congruents ; ils coïncident si on les superpose. Les quadrilatères sont orientés dans des directions différentes.*)
- **Quelle transformation amène le quadrilatère ABCD sur son image, c'est-à-dire le quadrilatère NMQP ?** (*Une réflexion : je peux faire subir une réflexion au quadrilatère ABCD par rapport à un axe de réflexion diagonal tel que les sommets correspondants soient à une même distance de l'axe.*)



- **Comment savez-vous que la transformation n'est pas une translation ?** (*Les quadrilatères ne sont pas orientés dans la même direction.*)
- **Comment savez-vous que la transformation n'est pas une rotation ?** (*Lorsque je fais tourner le quadrilatère ABCD jusqu'à ce que son côté le plus long soit horizontal, les deux quadrilatères sont orientés dans des directions opposées.*)

AUTREMENT DIT

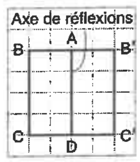
Approfondissement

Invitez les élèves à utiliser les figures des questions 1, 4, 6 et 7. Ils choisissent une transformation différente et prédisent la position de l'image obtenue par cette transformation.

Erreur fréquente

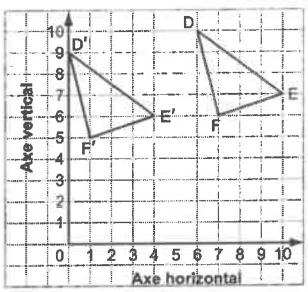
➤ Les élèves croient que tous les sommets de l'image obtenue par une transformation sont nommés à l'aide d'une lettre et du symbole « prime ».

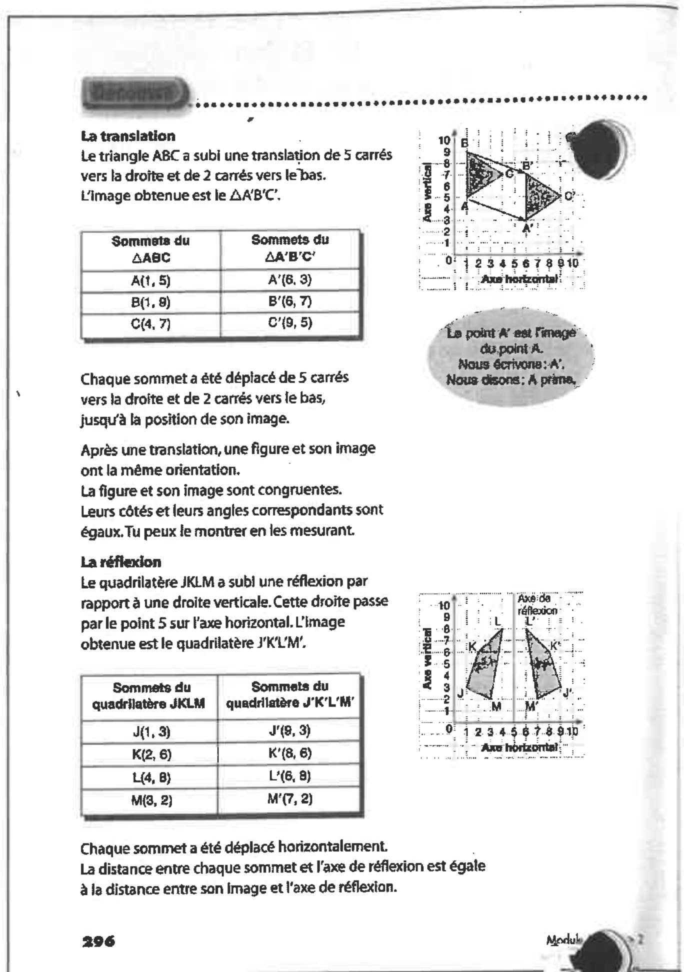
Que faire ? Faites-leur remarquer que, lorsqu'un sommet appartient à la figure et à son image, la lettre nommant ce sommet ne porte pas le symbole « prime ». Cela peut se produire lorsqu'une figure subit une réflexion ou une rotation. Par exemple, lorsque le rectangle ABCD subit une réflexion par rapport à $\overline{AD}$, les sommets A et D ne sont pas nommés A' et D'.



Solutions

1. a)





La translation

Le triangle ABC a subi une translation de 5 carrés vers la droite et de 2 carrés vers le bas.
L'image obtenue est le △A'B'C'.

Sommets du △ABC	Sommets du △A'B'C'
A(1, 5)	A'(6, 3)
B(1, 8)	B'(6, 7)
C(4, 7)	C'(9, 5)

Chaque sommet a été déplacé de 5 carrés vers la droite et de 2 carrés vers le bas, jusqu'à la position de son image.

Après une translation, une figure et son image ont la même orientation.
La figure et son image sont congruentes.
Leurs côtés et leurs angles correspondants sont égaux. Tu peux le montrer en les mesurant.

La point A' est l'image du point A.
Nous écrivons : A'.
Nous disons : A prime.

La réflexion

Le quadrilatère JKLM a subi une réflexion par rapport à une droite verticale. Cette droite passe par le point 5 sur l'axe horizontal. L'image obtenue est le quadrilatère J'K'L'M'.

Sommets du quadrilatère JKLM	Sommets du quadrilatère J'K'L'M'
J(1, 3)	J'(9, 3)
K(2, 6)	K'(8, 6)
L(4, 8)	L'(6, 8)
M(3, 2)	M'(7, 2)

Chaque sommet a été déplacé horizontalement.
La distance entre chaque sommet et l'axe de réflexion est égale à la distance entre son image et l'axe de réflexion.

296

- **Quelles sont les coordonnées des sommets du quadrilatère ABCD ?** (*Les sommets sont A(1, 2), B(1, 5), C(5, 9) et D(5, 2).*)
- **Quelles sont les coordonnées des sommets du quadrilatère NMQP ?** (*Les sommets sont N(13, 14), M(10, 14), Q(6, 10) et P(13, 10).*)

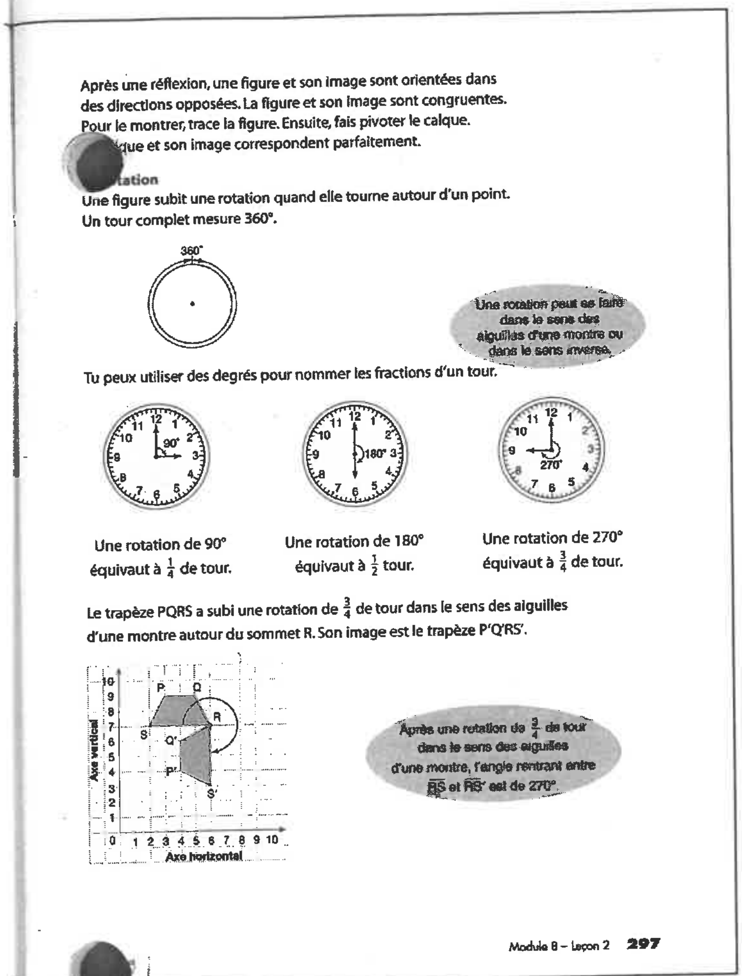
Présentez la rubrique Explore. Formez des équipes de deux et distribuez le matériel.

PENDANT Explore

Évaluation continue : Observer et écouter

Pendant que les élèves jouent, posez-leur des questions :

- **Comment avez-vous dessiné chaque figure ?** (*La carte « Figure » que j'ai tirée m'a donné les coordonnées des sommets d'un pentagone. J'ai utilisé les paires ordonnées pour situer et tracer les points, puis j'ai relié les points à l'aide de segments de droite.*)
- **Comment avez-vous effectué la transformation ?** (*La carte « Transformation » que j'ai tirée demande de faire subir une rotation de 90° à la figure, autour du point (2, 6). J'ai calqué le pentagone, puis j'ai fait pivoter le calque dans le sens des aiguilles d'une montre. J'ai dessiné l'image obtenue après la rotation.*)
- **Comment avez-vous effectué la réflexion ?** (*J'ai tracé les sommets de l'image de façon qu'ils soient à une même distance de l'axe de réflexion que les sommets correspondants de la figure initiale.*)
- **Par quels moyens pouvez-vous vérifier que l'image obtenue par la transformation est la bonne ?** (*Une figure et son image sont congruentes, peu importe la transformation. Alors, je peux vérifier si ma figure et son image coïncident. Je pourrais aussi travailler à rebours. Je pourrais appliquer la transformation opposée à l'image et vérifier si j'obtiens la figure initiale. Je peux utiliser un Mira pour vérifier l'image obtenue par une réflexion.*)



Après une réflexion, une figure et son image sont orientées dans des directions opposées. La figure et son image sont congruentes. Pour le montrer, trace la figure. Ensuite, fais pivoter le calque. …ique et son image correspondent parfaitement.

…tation

Une figure subit une rotation quand elle tourne autour d'un point. Un tour complet mesure 360°.

Tu peux utiliser des degrés pour nommer les fractions d'un tour.

Une rotation de 90° équivaut à $\frac{1}{4}$ de tour.

Une rotation de 180° équivaut à $\frac{1}{2}$ tour.

Une rotation de 270° équivaut à $\frac{3}{4}$ de tour.

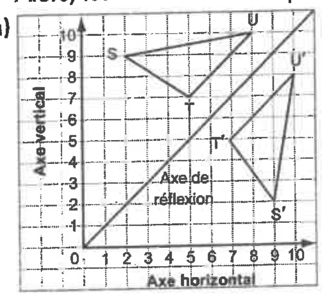
Le trapèze PQRS a subi une rotation de $\frac{3}{4}$ de tour dans le sens des aiguilles d'une montre autour du sommet R. Son image est le trapèze P'Q'RS'.

Module 8 – Leçon 2 **297**

b) D(6, 10), E(10, 7), F(7, 6)
D'(0, 9), E'(4, 6), F'(1, 5)
Pour chaque sommet du triangle, on a soustrait 6 de la première coordonnée et on a soustrait 1 de la deuxième coordonnée pour obtenir les coordonnées du sommet correspondant de l'image.

c) La première coordonnée du point G' est : 10 − 6 = 4.
La deuxième coordonnée du point G' est : 2 − 1 = 1.
Alors, les coordonnées du point G' sont (4, 1).

2. a)



b) Les coordonnées des sommets du triangle STU sont S(2, 9), T(5, 7) et U(8, 10).
Les coordonnées des sommets de son image sont S'(9, 2), T'(7, 5) et U'(10, 8).
Les coordonnées des paires ordonnées correspondantes ont été inversées. Chaque sommet a été déplacé diagonalement ; la distance entre un sommet et l'axe de réflexion est donc égale à la distance entre son image et l'axe de réflexion.

APRÈS

Invitez les élèves à présenter les stratégies qu'ils ont utilisées pour trouver les images obtenues par les transformations. Invitez des volontaires à utiliser un plan cartésien sur transparent pour faire la démonstration de leurs stratégies.

Présentez la rubrique **Découvre**. Assurez-vous que les élèves utilisent correctement les mots « figure » et « image ». Renforcez le fait qu'une figure et son image sont congruentes peu importe la transformation. Après une translation, une figure et son image ont la même orientation. Après une réflexion, une figure et son image sont orientées dans des directions opposées. Après une rotation, une figure et son image ont des orientations différentes.

Invitez les élèves à chercher des régularités dans les coordonnées des sommets du triangle et de son image obtenue par translation. Posez-leur les questions suivantes :

- Quel nombre, dans une paire ordonnée, représente la distance parcourue vers la droite ? (*Le premier nombre*)
- Le triangle a subi une translation vers la droite de combien de carrés ? (*5 carrés*)
- Quelle régularité remarquez-vous dans les premières coordonnées des sommets correspondants ? (*La première coordonnée d'un sommet de l'image est égale à la première coordonnée du sommet correspondant de la figure initiale, plus 5. Par exemple, la première coordonnée de A' = 1 + 5 = 6.*)
- Quel nombre, dans une paire ordonnée, représente la distance parcourue vers le bas ? (*Le deuxième nombre*)
- Le triangle a subi une translation vers le bas de combien de carrés ? (*2 carrés*)
- Quelle régularité remarquez-vous dans les deuxièmes coordonnées des sommets correspondants ? (*La deuxième coordonnée d'un sommet de l'image est égale à la deuxième coordonnée du sommet correspondant de la figure initiale, moins 2. Par exemple, la deuxième coordonnée de A' = 5 − 2 = 3. On a soustrait puisque la translation était vers le bas et non vers le haut.*)

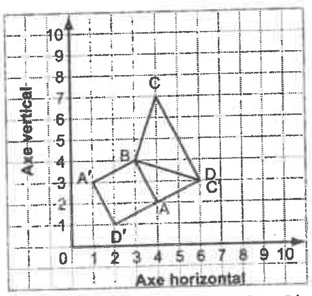
c) Je prédis que les coordonnées du point V′ seront (3, 4). J'ai inversé les coordonnées du point V, puis j'ai tracé les points pour vérifier. J'ai remarqué que la distance entre chaque point et l'axe de réflexion est la même. Alors, je sais que ma prédiction était juste.

3. a) Une rotation de 180° autour du point (6, 6) ; la figure et son image ont des orientations différentes, ce qui suggère une rotation.

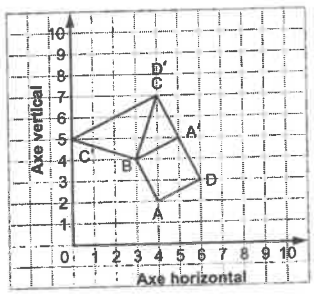
b) Une réflexion par rapport à une droite horizontale qui passe par le point 7 sur l'axe vertical ; la figure et son image sont orientées dans des directions opposées, ce qui suggère une réflexion.

c) Une translation de 7 carrés vers la droite et de 1 carré vers le haut ; la figure et son image ont la même orientation, ce qui suggère une translation.

4. a), c)



b)

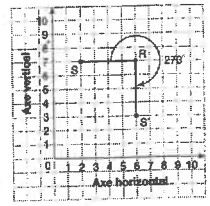


a) A′(1, 3), B(3, 4), C′(6, 3), D′(2, 1)
b) A′(5, 5), B(3, 4), C′(0, 5), D′(4, 7)
c) A′(1, 3), B(3, 4), C′(6, 3), D′(2, 1)

Sommet du trapèze PQRS	Sommet du trapèze P′Q′RS′
P(3, 9)	P′(4, 4)
Q(5, 9)	Q′(4, 6)
R(6, 7)	R(6, 7)
S(2, 7)	S′(6, 3)

Les côtés et leurs images sont reliés.
Par exemple :

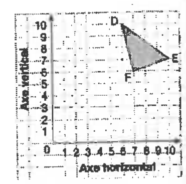
- Le point S est à la même distance du centre de rotation R que le point S′. Autrement dit, SR = RS′.
- L'angle rentrant ∠SRS′ = 270°, ce qui est l'angle de rotation.



Après une rotation, une figure et son image peuvent avoir des orientations différentes. Puisque tu traces la figure sur du papier calque et que tu utilises ce calque pour obtenir l'image, la figure et son image sont congruentes.

Utilise du papier calque ou un Mira au besoin.

1. Reproduis ce triangle dans un plan cartésien.
   a) Dessine l'image du △DEF obtenue par une translation de 6 carrés vers la gauche et de 1 carré vers le bas.
   b) Écris les coordonnées des sommets du triangle et de son image. Quelle est la relation entre ces coordonnées ?
   c) G(10, 2) est un autre point dans le plan cartésien. Utilise ta réponse à la partie b) pour prédire les coordonnées du point G′ obtenu par la même translation. G′(4, 1)



298 Module

Assurez-vous que les élèves comprennent la manière de nommer les points d'une image. Invitez des volontaires à lire les coordonnées des sommets du triangle A′B′C′ pour qu'ils s'habituent à lire le symbole « prime ».

Demandez aux élèves d'examiner l'exemple de réflexion à la page 296 de leur manuel. Assurez-vous que les élèves remarquent le lien entre les paires de sommets correspondants. Par exemple, le sommet M′ est à 2 unités à gauche de l'axe de réflexion, et le sommet M est à 2 unités à droite de l'axe de réflexion. Invitez des volontaires à décrire la relation entre les autres paires de sommets.

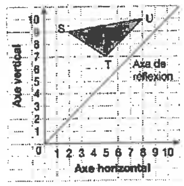
Dans le module 4, les élèves ont appris à mesurer des angles en degrés à l'aide d'un rapporteur. Dorénavant, vous pouvez décrire les rotations à l'aide de fractions d'un tour exprimées en degrés.

Invitez les élèves à examiner l'exemple de rotation aux pages 297 et 298 de leur manuel. Certains peuvent avoir de la difficulté à comprendre que ∠ SRS′ mesure 270°. Faites remarquer aux élèves qu'ils peuvent utiliser un coin droit ou un rapporteur pour montrer que la mesure de l'angle intérieur est de 90°. Puisqu'un tour complet correspond à 360°, l'angle extérieur correspond à 360° – 90° = 270°.

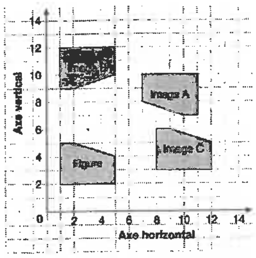
À ton tour

Fournissez du papier calque, des Miras et la *FRO 23 : Papier quadrillé à 1 cm* aux élèves pour toutes les questions. Assurez-vous que les élèves dessinent soigneusement leurs schémas en utilisant une règle. Pour la question 3, encouragez les élèves à reproduire les figures dans un plan cartésien. Ils pourront alors utiliser plus facilement du papier calque ou un Mira pour reconnaître les transformations.

2. Reproduis ce triangle dans un plan cartésien.
   a) Dessine l'image du △STU obtenue par une réflexion par rapport à l'axe de réflexion. Écris les coordonnées des sommets du triangle et de son image. Décris comment la position des sommets de la figure a changé.
   c) Le point V(4, 3) est un autre point dans le plan cartésien. Prédis la position du point V' obtenu par une réflexion par rapport au même axe. Comment as-tu fait ta prédiction ? V'(3, 4)

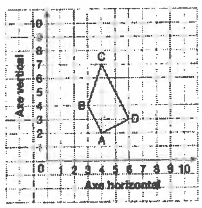


3. Ce schéma montre une figure et son image obtenue par 3 transformations différentes.



Nomme chaque transformation.
Explique comment tu le sais.
   a) De la figure à l'image A
   b) De la figure à l'image B
   c) De la figure à l'image C

4. Reproduis ce quadrilatère dans un plan cartésien. Trace le quadrilatère sur du papier calque. Dessine l'image du quadrilatère obtenue par chacune des rotations ci-dessous. Écris les coordonnées des sommets.
   a) 90° dans le sens des aiguilles d'une montre autour du sommet B
   b) 270° dans le sens des aiguilles d'une montre autour du sommet B
   c) 270° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre autour du sommet B



Module 8 – Leçon 2 **299**

5. • Une rotation de 180° autour du sommet B ; A'(6, 5), B(4, 5), C'(4, 9), D'(6, 9).
Le sommet A s'est déplacé de 4 carrés vers la droite. Le sommet B ne s'est pas déplacé. Le sommet C s'est déplacé de 8 carrés vers le haut. Le sommet D s'est déplacé de 4 carrés vers la droite et de 8 carrés vers le haut.
   • Une translation de 2 carrés vers la droite et de 4 carrés vers le haut ; A'(4, 9), B'(6, 9), C'(6, 5), D'(4, 5).
   Chaque sommet s'est déplacé de 2 carrés vers la droite et de 4 carrés vers le haut.
   • Une réflexion par rapport à une droite horizontale qui coupe l'axe vertical au point 4, suivie d'une translation de 2 carrés vers la droite ; A'(4, 5), B'(6, 5), C'(6, 9), D'(4, 9).
   Les sommets A et B se sont déplacés de 2 carrés vers la droite. Les sommets C et D se sont déplacés de 2 carrés vers la droite et de 8 carrés vers le haut.
   • Une réflexion par rapport à une droite verticale qui coupe l'axe horizontal au point 4, suivie d'une réflexion par rapport à une droite horizontale qui coupe l'axe vertical au point 5 ; A'(6, 5), B(4, 5), C'(4, 9), D'(6, 9).
   Le sommet A s'est déplacé de 4 carrés vers la droite. Le sommet B ne s'est pas déplacé. Le sommet C s'est déplacé de 8 carrés vers le haut. Le sommet D s'est déplacé de 4 carrés vers la droite et de 8 carrés vers le haut.
   • Une réflexion par rapport à une droite verticale qui coupe l'axe horizontal au point 4, suivie d'une translation de 4 carrés vers le haut ; A'(6, 9), B'(4, 9), C'(4, 5), D'(6, 5).
   Les sommets A et D se sont déplacés de 4 carrés vers la droite et de 4 carrés vers le haut. Les sommets B et C se sont déplacés de 4 carrés vers le haut.

(Les solutions continuent ci-dessous, à droite.)

Évaluation : Question 5

Certains élèves décriront une seule transformation qui amène le rectangle sur son image. D'autres reconnaîtront qu'une combinaison de deux ou plusieurs transformations peut être utilisée. Il peut être utile pour certains élèves de noter les sommets du rectangle ABCD et de son image dans un tableau (voir les pages 296 et 297 du manuel de l'élève).

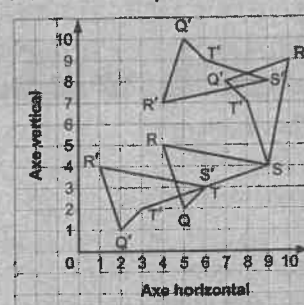
Les élèves peuvent avoir de la difficulté à noter les différentes transformations requises dans certaines questions. Par exemple, à la question 6, certains voudront peut-être utiliser un plan cartésien différent pour chaque partie de la question. D'autres utiliseront une couleur différente pour dessiner l'image obtenue dans chaque partie.

Les élèves qui ont besoin d'un soutien complémentaire peuvent utiliser la *FR 8.12 : Étape par étape 2* pour répondre à la question d'évaluation.

Les élèves peuvent effectuer l'activité supplémentaire de la *FR 8.7 : Rond rond macaron !*

(Suite des solutions)

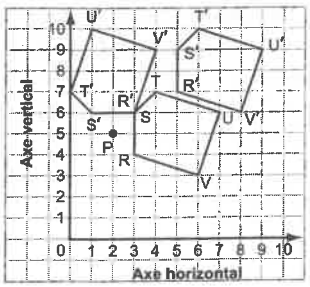
6.



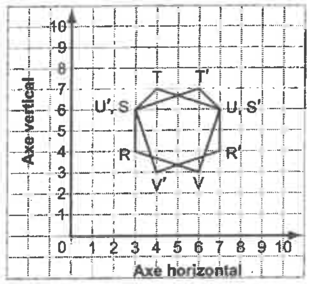
   a) Q'(2, 1), R'(1, 4), S'(6, 3), T'(3, 2)
   Chaque sommet s'est déplacé de 3 carrés vers la gauche et de 1 carré vers le bas.
   b) Q'(7, 8), R'(10, 9), S(9, 4), T'(8, 7)
   Le sommet Q s'est déplacé de 2 carrés vers la droite et de 6 carrés vers le haut. Le sommet R s'est déplacé de 6 carrés vers la droite et de 4 carrés vers le haut. Le sommet S ne s'est pas déplacé. Le sommet T s'est déplacé de 2 carrés vers la droite et de 4 carrés vers le haut.
   c) Q'(5, 10), R'(4, 7), S'(9, 8), T'(6, 9)
   Le sommet Q s'est déplacé de 8 carrés vers le haut.
   Le sommet R s'est déplacé de 2 carrés vers le haut.
   Le sommet S s'est déplacé de 4 carrés vers le haut.
   Le sommet T s'est déplacé de 6 carrés vers le haut.

7. Les coordonnées de chaque sommet du pentagone initial sont R(3, 4), S(3, 6), T(4, 7), U(7, 6) et V(6, 3).

a), c)



b)

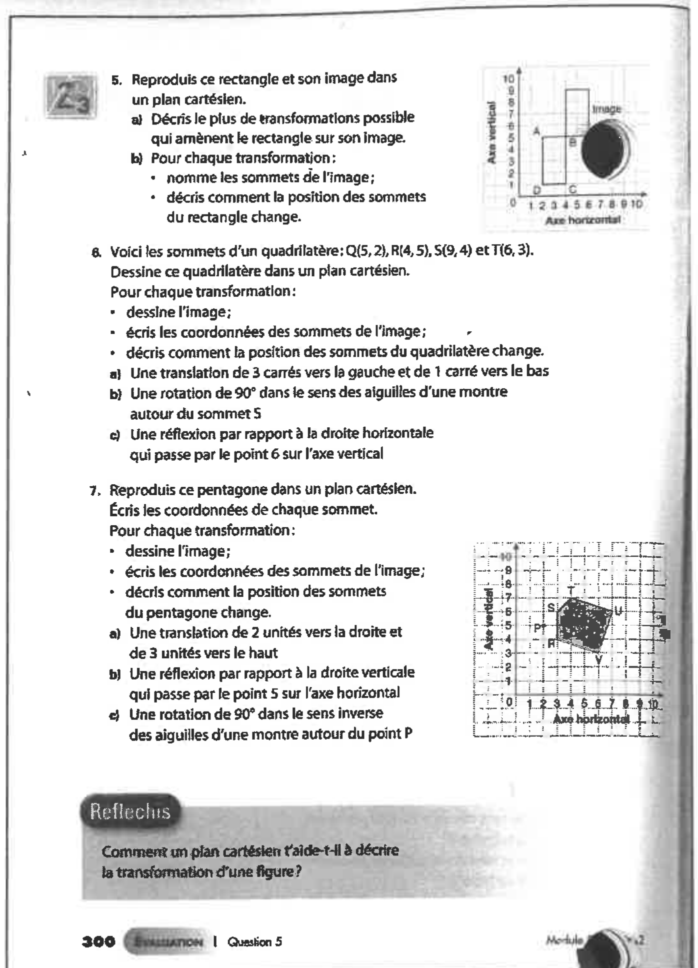


a) R′(5, 7), S′(5, 9), T′(6, 10), U′(9, 9), V′(8, 6)
Chaque sommet s'est déplacé de 2 carrés vers la droite et de 3 carrés vers le haut.

b) R′(7, 4), S′(7, 6), T′(6, 7), U′(3, 6), V′(4, 3)
Les sommets R et S se sont déplacés de 4 carrés vers la droite. Le sommet T s'est déplacé de 2 carrés vers la droite. Le sommet U s'est déplacé de 4 carrés vers la gauche. Le sommet V s'est déplacé de 2 carrés vers la gauche.

c) R′(3, 6), S′(1, 6), T′(0, 7), U′(1, 10), V′(4, 9)
Le sommet R s'est déplacé de 2 carrés vers le haut. Le sommet S s'est déplacé de 2 carrés vers la gauche. Le sommet T s'est déplacé de 4 carrés vers la gauche. Le sommet U s'est déplacé de 6 carrés vers la gauche et de 4 carrés vers le haut. Le sommet V s'est déplacé de 2 carrés vers la gauche et de 6 carrés vers le haut.

RÉFLÉCHIS : Je peux donner les coordonnées des sommets de la figure et de son image pour décrire comment la position de la figure a changé. Je peux aussi décrire la position du centre de rotation ou de l'axe de réflexion dans le plan cartésien.



5. Reproduis ce rectangle et son image dans un plan cartésien.
   a) Décris le plus de transformations possible qui amènent le rectangle sur son image.
   b) Pour chaque transformation :
   • nomme les sommets de l'image ;
   • décris comment la position des sommets du rectangle change.

6. Voici les sommets d'un quadrilatère : Q(5, 2), R(4, 5), S(9, 4) et T(6, 3). Dessine ce quadrilatère dans un plan cartésien.
Pour chaque transformation :
• dessine l'image ;
• écris les coordonnées des sommets de l'image ;
• décris comment la position des sommets du quadrilatère change.
   a) Une translation de 3 carrés vers la gauche et de 1 carré vers le bas
   b) Une rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre autour du sommet S
   c) Une réflexion par rapport à la droite horizontale qui passe par le point 6 sur l'axe vertical

7. Reproduis ce pentagone dans un plan cartésien. Écris les coordonnées de chaque sommet.
Pour chaque transformation :
• dessine l'image ;
• écris les coordonnées des sommets de l'image ;
• décris comment la position des sommets du pentagone change.
   a) Une translation de 2 unités vers la droite et de 3 unités vers le haut
   b) Une réflexion par rapport à la droite verticale qui passe par le point 5 sur l'axe horizontal
   c) Une rotation de 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre autour du point P

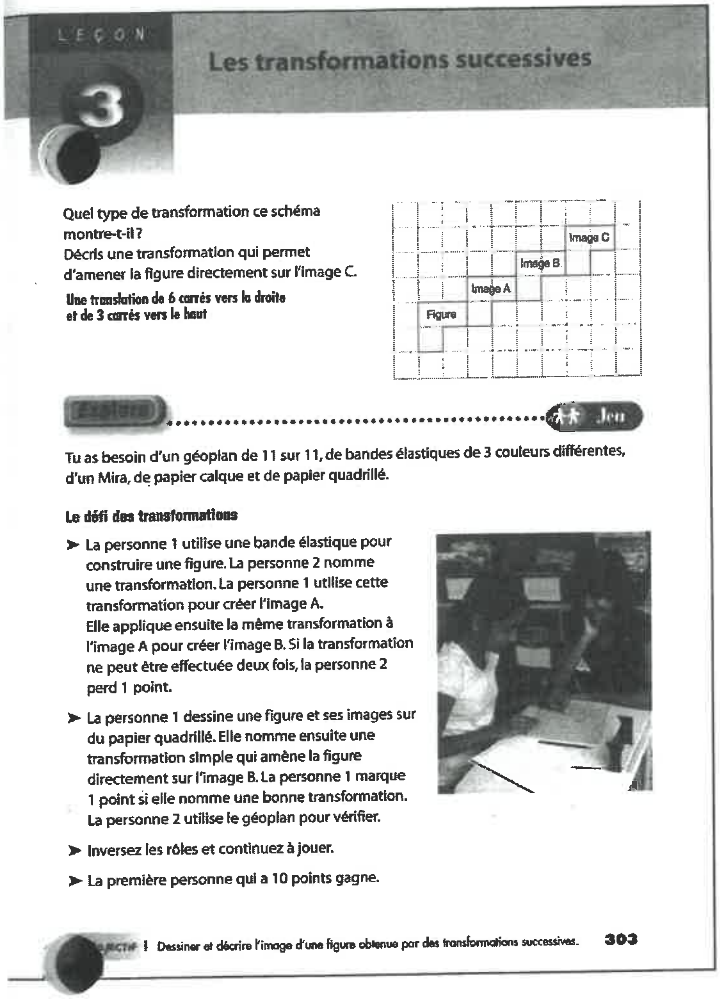
Réfléchis

Comment un plan cartésien t'aide-t-il à décrire la transformation d'une figure ?

300 Évaluation | Question 5

ÉVALUATION AU SERVICE DE L'APPRENTISSAGE

Ce qu'il faut observer	Que faire si ce n'est pas le cas
Compréhension des concepts ✔ Les élèves reconnaissent les translations, les rotations et les réflexions. ✔ Les élèves reconnaissent une transformation qui amène une figure donnée sur son image. ***Savoir procédural*** ✔ Les élèves font subir une transformation à une figure dans un plan cartésien. ✔ Les élèves nomment correctement les sommets de l'image obtenue par la transformation. ✔ Les élèves décrivent comment la position des sommets d'une figure est modifiée par une transformation.	***Questionner davantage*** Pendant que les élèves travaillent la question 3, posez-leur des questions : • Quelle image a la même orientation que la figure ? Quelle transformation cela suggère-t-il ? • Quelle image a une orientation opposée à celle de la figure ? Quelle transformation cela suggère-t-il ? • Quelle image a une orientation différente de celle de la figure, mais pas opposée ? Quelle transformation cela suggère-t-il ? ***Adapter l'enseignement*** Invitez les élèves à copier les figures sur du papier calque pour qu'ils puissent concrètement retourner le papier et trouver l'image obtenue par une réflexion, glisser le papier et trouver l'image obtenue par une translation ou pivoter le papier et trouver l'image obtenue par une rotation.



LEÇON 3

Les transformations successives

Quel type de transformation ce schéma montre-t-il ?
Décris une transformation qui permet d'amener la figure directement sur l'image C.

Une translation de 6 carrés vers la droite et de 3 carrés vers le haut

Explore — Jeu

Tu as besoin d'un géoplan de 11 sur 11, de bandes élastiques de 3 couleurs différentes, d'un Mira, de papier calque et de papier quadrillé.

Le défi des transformations

- La personne 1 utilise une bande élastique pour construire une figure. La personne 2 nomme une transformation. La personne 1 utilise cette transformation pour créer l'image A. Elle applique ensuite la même transformation à l'image A pour créer l'image B. Si la transformation ne peut être effectuée deux fois, la personne 2 perd 1 point.
- La personne 1 dessine une figure et ses images sur du papier quadrillé. Elle nomme ensuite une transformation simple qui amène la figure directement sur l'image B. La personne 1 marque 1 point si elle nomme une bonne transformation. La personne 2 utilise le géoplan pour vérifier.
- Inversez les rôles et continuez à jouer.
- La première personne qui a 10 points gagne.

OBJECTIF 1 Dessiner et décrire l'image d'une figure obtenue par des transformations successives. 303

Les transformations successives

LA LEÇON EN BREF

(de 80 à 100 min)

Objectif du programme : Dessiner et décrire l'image d'une figure obtenue par des transformations successives. (6FE7)

Matériel de l'élève
- géoplan de 11 sur 11
- bandes élastiques de 3 couleurs
- Miras
- papier calque
- *FRO 23 : Papier quadrillé à 1 cm*

Facultatif
- *FR 8.13 : Étape par étape 3*
- *FR 8.26 : Exercices supplémentaires 3*

Vocabulaire : des translations successives, des rotations successives, des réflexions successives

Évaluation : *FRÉ 8.2 : Observation continue : Les transformations*

6.5.C

Notion clé

La même transformation peut être appliquée plusieurs fois à une figure.

AVANT Entrée en matière

Invitez les élèves à examiner la régularité dans le schéma de la page 303 de leur manuel.

Posez-leur les questions suivantes :

- **Que pouvez-vous dire au sujet de la figure et de chacune de ses images ?** (*La figure et chacune de ses images sont congruentes ; elles ont la même orientation.*)
- **Quelle transformation cela suggère-t-il ?** (*Une translation*)
- **Quelle translation amène la figure sur l'image A ?** (*Une translation de 2 carrés vers la droite et de 1 carré vers le haut*)
- **Quelle translation amène l'image A sur l'image B ?** (*Une translation de 2 carrés vers la droite et de 1 carré vers le haut*)
- **Quelle translation amène l'image B sur l'image C ?** (*Une translation de 2 carrés vers la droite et de 1 carré vers le haut*)
- **Que remarquez-vous ?** (*La même translation a été appliquée à la figure, à l'image A et à l'image B.*)
- **Quelle translation amène la figure directement vers l'image C ?** (*Une translation de 6 carrés vers la droite et de 3 carrés vers le haut*)
- **Quel lien existe-t-il entre cette translation et les translations précédentes ?** (*C'est la somme des 3 translations qui amènent la figure sur son image A, l'image A sur l'image B et l'image B sur l'image C.*)

Présentez la rubrique Explore. Fournissez des géoplans, des bandes élastiques, des Miras, du papier calque et la *FRO 23 : Papier quadrillé à 1 cm* aux équipes. Mentionnez aux élèves qu'ils doivent garder en tête la grandeur du géoplan lorsqu'ils demandent à leur camarade d'effectuer une transformation. Si une transformation ne peut être effectuée deux fois, l'élève qui l'a nommée perd 1 point. Ajoutez que la personne ne peut pas obtenir moins de zéro points.

AUTREMENT DIT

Explore autrement

Les élèves essaient le jeu présenté à la rubrique **Explore.** Toutefois, ils doivent créer chaque figure sur du papier quadrillé au lieu d'utiliser un géoplan et des bandes élastiques.

Approfondissement

Pour les questions 1 et 2, les élèves décrivent la transformation simple qui amène chaque figure directement sur l'image finale.

Erreur fréquente

➤ Les élèves ont de la difficulté à garder en mémoire les transformations successives.

Que faire? Invitez les élèves à utiliser une couleur différente pour chaque image obtenue par des transformations successives.

Soutien complémentaire : Langue

Les élèves en apprentissage de la langue peuvent avoir de la difficulté à comprendre l'adjectif « successif ». Faites-leur remarquer que le « c » et le « s » se répètent dans « successif » ; cela les aidera à se rappeler que les transformations successives sont des transformations de même type.

Qu'as-tu trouvé ?

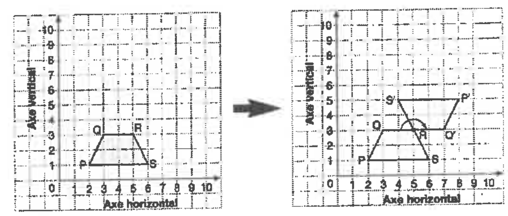
Montre tes transformations à deux autres élèves.
Quelles stratégies as-tu utilisées pour reconnaître les transformations simples?
Que sais-tu à propos d'une figure et de chacune de ses images?
Comment peux-tu le montrer?

La même transformation peut être appliquée plusieurs fois à une figure.

➤ Quand une figure subit deux ou plusieurs translations, elle subit des **translations successives.** Il peut s'agir d'une translation répétée (voir le haut de la page 303) ou de translations différentes.

Le même principe s'applique aux rotations et aux réflexions.

➤ Le trapèze PQRS subit des **rotations successives.**
- Il subit une rotation de 90° autour du sommet R.
- Ensuite, son image subit une rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre autour de son sommet supérieur droit.



Pour obtenir l'image après la première rotation :
- trace le trapèze PQRS sur du papier calque;
- fais subir au calque une rotation de 180° autour du point R;
- indique la position des sommets de l'image;
- dessine l'image obtenue par la rotation;
- nomme les sommets P', Q', R et S'.

304 Module

PENDANT Explore

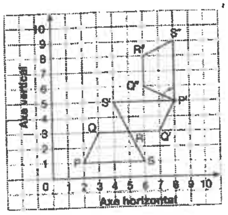
Évaluation continue : Observer et écouter

Pendant que les élèves jouent, posez-leur les questions :

- **Comment avez-vous déterminé la transformation à demander à votre camarade ?** *(J'ai examiné la figure. Puisque celle-ci est de petite taille et se trouve dans le coin inférieur gauche du géoplan, j'ai choisi une translation de 2 carrés vers la droite et de 3 carrés vers le haut. Il y a assez d'espace pour effectuer deux fois cette translation.)*
  (Puisque la figure est de grande taille, j'ai pensé à des réflexions et à des rotations qui peuvent s'effectuer à l'intérieur de la surface du géoplan. J'ai choisi une rotation dont le centre se trouve au milieu de la figure de mon camarade. Cette rotation peut être effectuée à deux reprises.)
- **Comment avez-vous déterminé la direction de translation à demander ?** *(Je note la position de la figure. Si la figure se trouve du côté gauche du géoplan, je demande à mon camarade d'effectuer une translation vers la droite pour m'assurer qu'il y a assez d'espace.)*
- **Commment avez-vous tracé la figure et ses images sur du papier quadrillé ?** *(J'ai supposé que les points de rencontre des lignes du quadrillage représentent les chevilles du géoplan. J'ai tracé un carré de même taille qu'un géoplan. J'ai ensuite tracé des segments de droite pour représenter la position des bandes élastiques sur le géoplan.)*
- **Comment avez-vous trouvé la transformation qui amène la figure directement sur l'image B ?** *(J'ai combiné les deux transformations en une seule, puisque la même transformation a été effectuée deux fois. Par exemple, lorsque la transformation initiale est une rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre autour du sommet A, je combine les deux rotations, ce qui donne une rotation de 180° autour du sommet A. Lorsque la transformation est une translation de 2 ca vers la gauche, je combine les deux translations, ce qui donne une translation de 4 carrés vers la gauche.)*

Pour obtenir l'image finale :

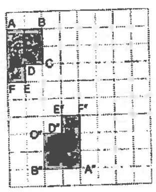
- calque le trapèze P'Q'RS' ;
- fais subir au calque une rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre autour de son sommet supérieur droit, P' ;
- indique la position des sommets de l'image ;
- dessine l'image obtenue par la rotation ;
- nomme les sommets P', Q", R" et S".



Q" se lit « Q double prime ».

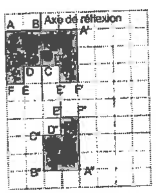
Le trapèze et ses deux images sont congruents. Cela signifie que leurs côtés et leurs angles correspondants sont égaux. Tu le sais parce que tu as calqué le trapèze chaque fois.

➤ L'hexagone A"B"C"D"E"F" est l'image de l'hexagone ABCDEF après deux **réflexions successives.**



Pour identifier les réflexions :

- Fais subir à l'hexagone original une réflexion qui place l'image de $\overline{AF}$ sur la même ligne du quadrillage que $\overline{A"F"}$.
  L'axe de réflexion passe par le côté BC.
- Dessine l'image obtenue. C'est A'BCD'E'F'.

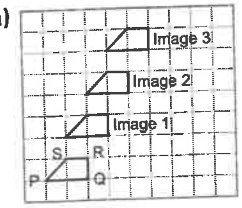


Tu peux utiliser la stratégie Prédis et vérifie ou un Mira pour trouver les axes de réflexion.

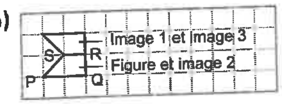
Module 8 – Leçon 3 **305**

Solutions :

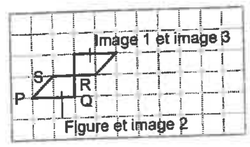
1. a)



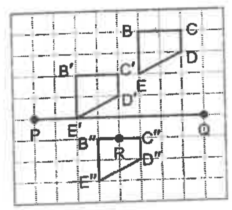
b)



c)



2. a)



APRÈS Découvre

Invitez les élèves à présenter les stratégies qu'ils ont utilisées pour trouver les transformations simples.

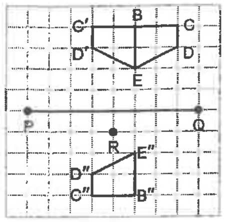
Posez des questions aux élèves :

- **Combien de transformations simples sont possibles pour cette figure ?** (*J'ai construit un rectangle. Ma camarade m'a demandé d'appliquer deux translations de 2 carrés vers le haut. J'ai trouvé 3 transformations simples : une translation de 4 carrés vers le haut ; une réflexion par rapport à un axe horizontal se trouvant à mi-chemin entre la figure et l'image B ; une rotation de 180° autour d'un centre de rotation se trouvant à mi-chemin entre la figure et son image B.*)
- **Que remarquez-vous au sujet de la figure et de chacune de ses images ?** (*La figure et toutes ses images sont congruentes.*)
- **Comment pouvez-vous montrer qu'elles sont congruentes ?** (*Je peux calquer la figure initiale et montrer que le calque et chaque image coïncident parfaitement.*)

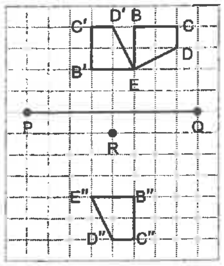
Présentez les translations successives, les réflexions successives et les rotations successives à l'aide de la rubrique Découvre. Assurez-vous que les élèves comprennent que les transformations successives supposent qu'on applique le même genre de transformation deux ou plusieurs fois. Dans la leçon 4, les élèves étudieront les combinaisons de deux ou trois types différents de transformations.

Expliquez aux élèves que, sous la rubrique Explore, la même transformation est répétée chaque fois. Les transformations peuvent maintenant être différentes, même si elles doivent être du même type. Par exemple, on peut faire subir une translation de 3 carrés vers la gauche et de 1 carré vers le bas à la figure, puis faire subir une translation de 5 carrés vers la droite et de 3 carrés vers le haut à l'image.

b)



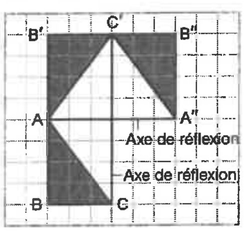
c)



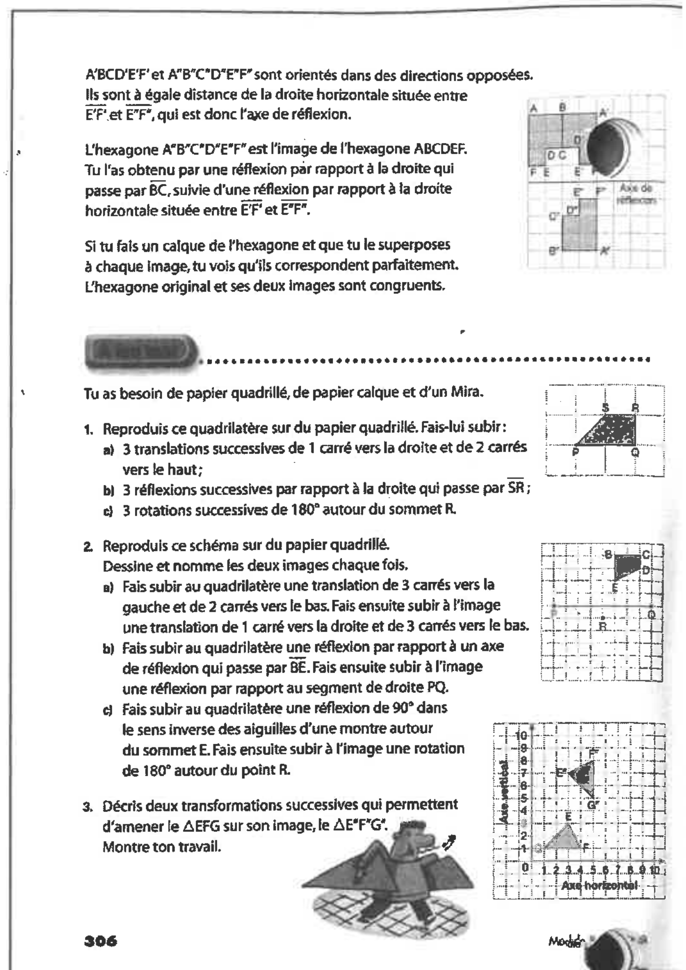
3. Par exemple, faire subir au ΔEFG une rotation de 180° autour du point E. Ensuite, faire subir au ΔEF'G' une rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre, autour du point G'.

4. a) Par exemple, j'ai effectué une réflexion par rapport à une droite horizontale qui passe par le sommet A, suivie d'une réflexion par rapport à une droite verticale qui passe par le sommet C'.

b)



c) Le triangle et ses deux images sont congruents. Je peux le vérifier en calquant le triangle initial et en superposant le calque sur chaque image pour constater qu'ils coïncident.



A'BCD'E'F' et A"B"C"D"E"F" sont orientés dans des directions opposées. Ils sont à égale distance de la droite horizontale située entre $\overline{E'F'}$ et $\overline{E''F''}$, qui est donc l'axe de réflexion.

L'hexagone A"B"C"D"E"F" est l'image de l'hexagone ABCDEF. Tu l'as obtenu par une réflexion par rapport à la droite qui passe par $\overline{BC}$, suivie d'une réflexion par rapport à la droite horizontale située entre $\overline{E'F'}$ et $\overline{E''F''}$.

Si tu fais un calque de l'hexagone et que tu le superposes à chaque image, tu vois qu'ils correspondent parfaitement. L'hexagone original et ses deux images sont congruents.

Tu as besoin de papier quadrillé, de papier calque et d'un Mira.

1. Reproduis ce quadrilatère sur du papier quadrillé. Fais-lui subir :
   a) 3 translations successives de 1 carré vers la droite et de 2 carrés vers le haut ;
   b) 3 réflexions successives par rapport à la droite qui passe par $\overline{SR}$;
   c) 3 rotations successives de 180° autour du sommet R.

2. Reproduis ce schéma sur du papier quadrillé. Dessine et nomme les deux images chaque fois.
   a) Fais subir au quadrilatère une translation de 3 carrés vers la gauche et de 2 carrés vers le bas. Fais ensuite subir à l'image une translation de 1 carré vers la droite et de 3 carrés vers le bas.
   b) Fais subir au quadrilatère une réflexion par rapport à un axe de réflexion qui passe par $\overline{BE}$. Fais ensuite subir à l'image une réflexion par rapport au segment de droite PQ.
   c) Fais subir au quadrilatère une réflexion de 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre autour du sommet E. Fais ensuite subir à l'image une rotation de 180° autour du point R.

3. Décris deux transformations successives qui permettent d'amener le ΔEFG sur son image, le ΔE"F"G". Montre ton travail.

306

Assurez-vous que les élèves comprennent que certains ou l'ensemble des sommets de la première image sont nommés à l'aide du symbole « prime » et que certains ou l'ensemble des sommets de la deuxième image sont nommés à l'aide du symbole « double prime ».

Invitez les élèves à regarder l'exemple de réflexions successives à la page 305 de leur manuel. Certains élèves peuvent remarquer qu'il est possible d'effectuer une paire de réflexions successives différente. Par exemple, l'hexagone ABCDEF aurait pu subir une réflexion par rapport à une droite horizontale qui se trouve à mi-chemin entre les points F et F'', suivie d'une réflexion par rapport à une droite verticale qui passe par $\overline{B''C''}$.

À ton tour

Fournissez du papier calque, la *FRO 23 : Papier quadrillé à 1 cm* et des Miras. Expliquez aux élèves que chaque ensemble de transformations successives doit être effectué dans le même quadrillage.

Dans les questions 1 b) et 1 c), les réflexions ou les rotations effectuées font en sorte que l'image 2 est identique à la figure initiale et que l'image 3 est identique à l'image 1. Cela peut causer des difficultés aux élèves moins doués.

Pour la question 5, certains élèves peuvent trouver plus de 2 paires de transformations successives possibles. Ces réflexions successives peuvent être appliquées dans l'ordre inverse.

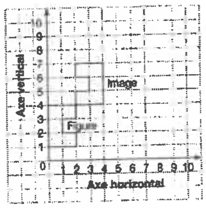
Évaluation : Question 4

Les élèves appliquent deux translations successives, deux réflexions successives ou deux rotations successives (et non pas une combinaison de différents types de transformations) à un triangle. Encouragez les élèves plus forts en mathématique à nommer le plus de transformations simples, qui amènent le triangle directement sur son image finale.

Les élèves qui ont besoin d'un soutien complémentaire peuvent utiliser la *FR 8.13 : Étape par étape 3* pour répondre à la question d'évaluation.

4. Dessine un triangle sur du papier quadrillé.
   a) Choisis deux translations, réflexions ou rotations successives. Applique la première transformation au triangle. Applique ensuite la deuxième transformation à l'image.
   b) Nomme les sommets de chaque image.
   c) Que peux-tu dire à propos du triangle et de ses images ? Comment pourrais-tu le vérifier ?
   d) Décris une transformation simple qui permet d'amener le triangle directement sur son image finale.

5. a) Décris deux transformations successives qui permettent d'amener l'octogone sur son image.



   b) Peux-tu trouver deux autres transformations successives ? Explique ta réponse.

6. Les coordonnées d'une figure sont :

A(3, 2)	B(3, 6)	C(5, 6)
D(6, 4)	E(5, 3)	F(5, 2)

- La figure subit une translation de 3 carrés vers la droite et de 1 carré vers le haut.
- L'image obtenue subit ensuite une translation de 2 carrés vers la gauche et de 2 carrés vers le haut.
- L'image obtenue subit ensuite une translation de 1 carré vers la gauche et de 3 carrés vers le bas.

Quelles sont les coordonnées de l'image finale ? Comment la position des sommets de la figure a-t-elle changé ? Explique ta réponse.

Réfléchis

Donne un exemple tiré de la vie quotidienne :
- de translations successives;
- de réflexions successives;
- de rotations successives.

ÉON | Question 4 — Module 8 – Leçon 3 **307**

d) Une rotation de 180° autour du point qui se trouve à 4 carrés au-dessus du sommet C

5. a) Une réflexion par rapport à la droite horizontale qui passe par le point 4 sur l'axe vertical, suivie d'une réflexion par rapport à la droite verticale qui passe par le point 2 sur l'axe horizontal ; ces réflexions peuvent aussi être appliquées dans l'ordre inverse.
   b) Une rotation de 90°, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, autour du point (2, 4), suivie d'une rotation de 90°, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, autour du point (2, 4) ; ces rotations peuvent être appliquées dans le sens des aiguilles d'une montre, mais la première image ne se trouverait pas entièrement dans le plan cartésien.

6. Les coordonnées de l'image finale sont les mêmes que les coordonnées de la figure initiale : A(3, 2), B(3, 6), C(5, 6), D(6, 4), E(5, 3), F(5, 2).
   Les translations s'annulent. Par exemple, une translation de 2 carrés vers la gauche puis une translation de 1 carré vers la gauche équivalent à une translation de 3 carrés vers la gauche ; elles annulent la translation de 3 carrés vers la droite. Cela est aussi vrai pour les translations verticales.

RÉFLÉCHIS : Des exemples de translations successives : des personnes qui marchent, des enfants qui patinent, un ascenseur qui monte et qui descend.
Des exemples de réflexions successives : la lumière réfléchie par un prisme, une personne qui se promène dans la maison des miroirs d'un parc d'attractions, les murs en miroirs d'un ascenseur.
Des exemples de rotations successives : les roues d'une voiture qui roule, la table tournante d'un four à micro-ondes qui fonctionne, un cédérom qui tourne dans un lecteur.

ÉVALUATION AU SERVICE DE L'APPRENTISSAGE

Ce qu'il faut observer	Que faire si ce n'est pas le cas
Compréhension des concepts ✔ Les élèves identifient la transformation simple qui amène une figure directement sur son image finale. ✔ Les élèves identifient les transformations successives qui amènent une figure donnée sur son image finale. ***Savoir procédural*** ✔ Les élèves appliquent des translations successives, des rotations successives et des réflexions successives à une figure dans un plan cartésien. ✔ Les élèves nomment correctement les sommets d'une figure et de ses images.	***Adapter l'enseignement*** Invitez les élèves à utiliser différentes couleurs pour dessiner chaque image obtenue par un ensemble de transformations successives. Faites-leur appliquer un seul type de transformations successives à la fois. Par exemple, demandez-leur d'appliquer des translations successives jusqu'à ce qu'ils se sentent en confiance. Passez ensuite aux réflexions successives, puis aux rotations successives. Pendant que les élèves travaillent la question 6, posez-leur des questions : • Si vous faites 4 pas vers l'avant, puis 4 pas vers l'arrière, où serez-vous ? • Si vous faites 5 pas vers l'arrière, puis 2 pas vers l'avant, puis 3 autres pas vers l'avant, où serez-vous ? Ce genre de raisonnement aidera les élèves à comprendre pourquoi les coordonnées de la figure et celles de l'image finale sont les mêmes.