Explorer les angles d'un triangle

LA LEÇON EN BREF (de 80 à 100 min)

Objectif du programme : Explorer la somme des angles dans un triangle. (6FE2)

Matériel pour l'enseignement (*Facultatif*)
- un triangle acutangle en carton dont les angles annotés mesurent 63°, 70° et 47°

Matériel de l'élève
- *FRO 25 : Papier à points quadrillé*
- rapporteur
- ciseaux

Facultatif
- *FR 4.15 : Étape par étape 6*
- *FR 4.26 : Exercices supplémentaires 6*
- géoplans et bandes élastiques
- carton ou fiches

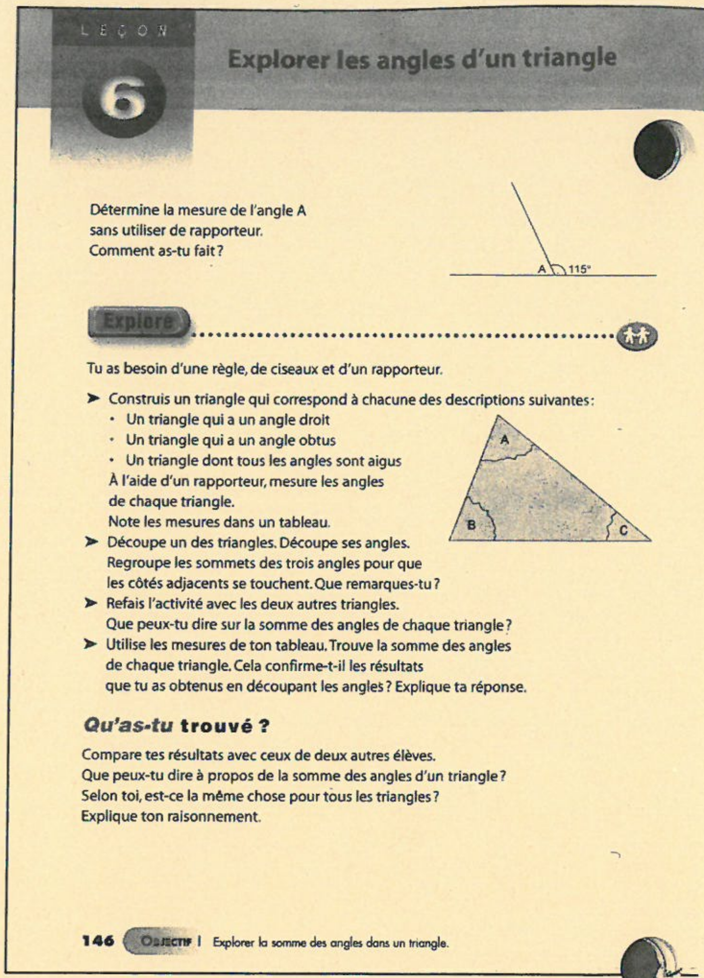
Vocabulaire : un angle intérieur

Évaluation : *FRÉ 4.2 : Observation continue : Les angles et les polygones*

6.4.I.

Notion clé

La somme des angles intérieurs d'un triangle est de 180°.



LEÇON 6

Explorer les angles d'un triangle

Détermine la mesure de l'angle A
sans utiliser de rapporteur.
Comment as-tu fait ?

Explore

Tu as besoin d'une règle, de ciseaux et d'un rapporteur.

➤ Construis un triangle qui correspond à chacune des descriptions suivantes :
- Un triangle qui a un angle droit
- Un triangle qui a un angle obtus
- Un triangle dont tous les angles sont aigus

À l'aide d'un rapporteur, mesure les angles de chaque triangle.
Note les mesures dans un tableau.

➤ Découpe un des triangles. Découpe ses angles. Regroupe les sommets des trois angles pour que les côtés adjacents se touchent. Que remarques-tu ?

➤ Refais l'activité avec les deux autres triangles. Que peux-tu dire sur la somme des angles de chaque triangle ?

➤ Utilise les mesures de ton tableau. Trouve la somme des angles de chaque triangle. Cela confirme-t-il les résultats que tu as obtenus en découpant les angles ? Explique ta réponse.

Qu'as-tu **trouvé ?**

Compare tes résultats avec ceux de deux autres élèves.
Que peux-tu dire à propos de la somme des angles d'un triangle ?
Selon toi, est-ce la même chose pour tous les triangles ?
Explique ton raisonnement.

146 OBJECTIF I Explorer la somme des angles dans un triangle.

AVANT — Entrée en matière

Invitez les élèves à examiner l'illustration au haut de la page 146 de leur manuel. Posez-leur les questions suivantes :

- Quelle est la mesure d'un angle plat ? (*180°*)
- Comment pouvez-vous utiliser la mesure d'un angle plat pour trouver la mesure de l'angle A ? (*Je sais que l'angle de 115° et l'angle A forment ensemble un angle plat. Alors, la somme de ces angles doit être de 180°. Par conséquent, la mesure de l'angle A égale 180° – 115° = 65°.*)

Demandez à une ou à un volontaire d'utiliser un rapporteur pour vérifier la mesure de l'angle A.

Présentez la rubrique **Explore**. Encouragez les élèves à construire les triangles sur des cartons (des fiches ou des chemises de classement) pour obtenir de meilleurs résultats. Les élèves devraient créer des triangles assez grands pour que les angles puissent être mesurés avec précision.

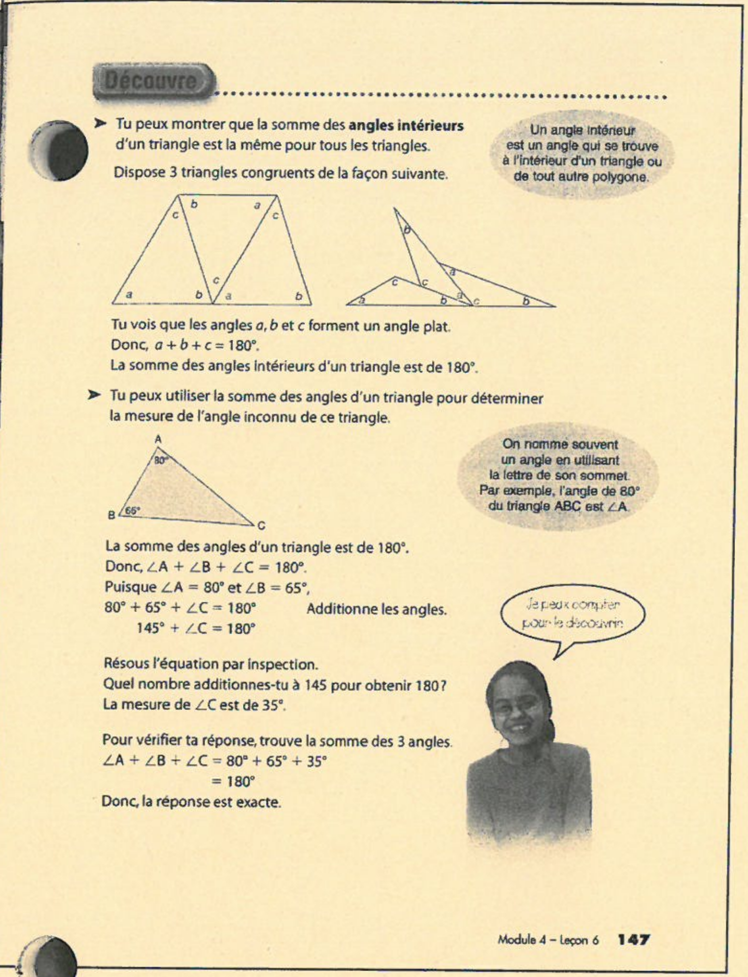
Assurez-vous que les élèves notent la mesure des angles dans un tableau avant de découper les triangles et leurs angles. Les élèves peuvent choisir de colorier les sommets de chaque triangle d'une couleur différente pour éviter la confusion.

PENDANT — Explore

Évaluation continue : Observer et écouter

Pendant que les élèves travaillent, posez-leur les questions suivantes :

- Quelle est la mesure des angles du triangle comportant un angle droit ? (*90°, 25°, 65°*)
- Dans le triangle qui comporte un angle droit, pouvez-vous réunir deux sommets pour former un angle droit ? (*Oui, je peux réunir les deux plus petits angles.*)
- Qu'arrive-t-il lorsque vous ajoutez le troisième angle ? (*J'obtiens une ligne droite.*)
- Qu'est-ce que cela suggère au sujet de la somme des angles d'un triangle ? (*La somme des angles d'un triangle est de 180°.*)



Découvre

➤ Tu peux montrer que la somme des **angles intérieurs** d'un triangle est la même pour tous les triangles.

Dispose 3 triangles congruents de la façon suivante.

Un angle intérieur est un angle qui se trouve à l'intérieur d'un triangle ou de tout autre polygone.

Tu vois que les angles a, b et c forment un angle plat.
Donc, $a + b + c = 180°$.
La somme des angles intérieurs d'un triangle est de 180°.

➤ Tu peux utiliser la somme des angles d'un triangle pour déterminer la mesure de l'angle inconnu de ce triangle.

On nomme souvent un angle en utilisant la lettre de son sommet. Par exemple, l'angle de 80° du triangle ABC est ∠A.

La somme des angles d'un triangle est de 180°.
Donc, ∠A + ∠B + ∠C = 180°.
Puisque ∠A = 80° et ∠B = 65°,
80° + 65° + ∠C = 180° Additionne les angles.
145° + ∠C = 180°

Je peux compter pour le découvrir.

Résous l'équation par inspection.
Quel nombre additionnes-tu à 145 pour obtenir 180?
La mesure de ∠C est de 35°.

Pour vérifier ta réponse, trouve la somme des 3 angles.
∠A + ∠B + ∠C = 80° + 65° + 35°
= 180°
Donc, la réponse est exacte.

Module 4 – Leçon 6 **147**

AUTREMENT DIT

Explore autrement

Matériel : papier de bricolage, règle, ciseaux

Demandez aux élèves de construire divers types de grands triangles sur du papier de bricolage et de les découper. Les élèves choisissent un côté comme base et marquent un point à peu près au centre de celui-ci. Ils plient chaque coin du triangle vers ce point et notent qu'ils s'unissent pour former un angle plat. Les élèves déplient les coins du triangle, mesurent les angles et en trouvent la somme.

Erreur fréquente

➤ Certains élèves peuvent douter que la somme des angles de tout triangle est de 180°. Ils peuvent penser qu'un triangle plus grand a des angles plus grands et donc une somme plus grande, et qu'un triangle plus petit a des angles plus petits et donc une somme plus petite.

Que faire ? Fournissez des triangles semblables de diverses grandeurs aux élèves. Demandez-leur de mesurer chaque angle à l'aide de leur rapporteur et de trouver la somme des angles de chaque triangle.

Approfondissement

Demandez aux élèves d'écrire des problèmes semblables aux questions 2 et 3 de la rubrique **À ton tour.** Les élèves échangent leurs problèmes contre ceux d'une ou d'un camarade et résolvent les problèmes reçus.

Liens avec la vie quotidienne

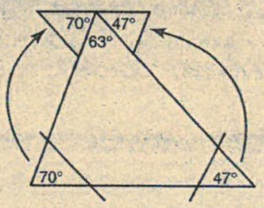
Arts : L'œuf de Vegreville a été créé pour commémorer le 100e anniversaire de la Gendarmerie royale du Canada, en 1974, et pour célébrer l'héritage ethnique de Vegreville. Demandez aux élèves de chercher des exemples d'œuvres d'art qui comportent des triangles. Les élèves trouvent la somme des angles de ces triangles.

- Quelle est la somme des angles du triangle comportant un angle droit ? *(90° + 25° + 65° = 180°)*

APRÈS **Découvre**

Invitez les élèves à présenter leurs résultats à la classe. Les élèves qui n'ont pas réussi à former une droite à l'aide des sommets des trois angles n'ont peut-être pas colorié ces sommets. Ils peuvent avoir essayé de combiner des angles de triangles différents.

Démontrez les résultats de la rubrique **Explore** en utilisant un triangle dont tous les angles sont aigus. Montrez un triangle en carton à l'aide du rétroprojecteur. Découpez ses angles. Déplacez les angles comme dans l'illustration :



Posez la question suivante aux élèves :

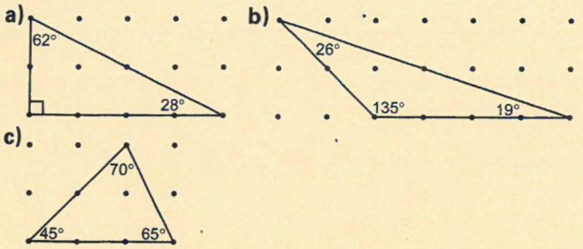
- Quelle généralisation pouvez-vous faire au sujet de la somme des angles d'un triangle ? (*La somme des angles d'un triangle est de 180°.*)

Utilisez les agencements de 3 triangles congruents de la rubrique **Découvre** pour expliquer pourquoi la somme des angles de tout triangle est de 180°. Insistez sur le fait que cette méthode est similaire à celle de la rubrique **Explore**, où l'on découpait les coins. Les angles *a*, *b* et *c* sont adjacents et forment une ligne droite ou un angle de 180°.

Voyez la façon de déterminer la mesure d'un angle d'un triangle si on connaît la mesure des deux autres angles. Certains élèves peuvent aborder différemment le problème de la rubrique **Découvre.** Par exemple, une ou un élève peut affirmer qu'on doit soustraire puisque la somme des angles d'un triangle est de 180° :
180° – 80° – 65° = 35°. Ainsi, la mesure de l'angle C est de 35°.

Solutions

1\. a) b) c)



$90° + 62° + 28° = 180°$
$135° + 26° + 19° = 180°$
$45° + 70° + 65° = 180°$

3\. J'ai soustrait l'angle connu de 180°, puis j'ai divisé par 2, parce que les deux angles inconnus sont égaux.

5\. J'ai divisé 180° par 3 parce que je savais que les 3 angles avaient la même mesure. J'ai ensuite additionné pour vérifier : $60° + 60° + 60° = 180°$

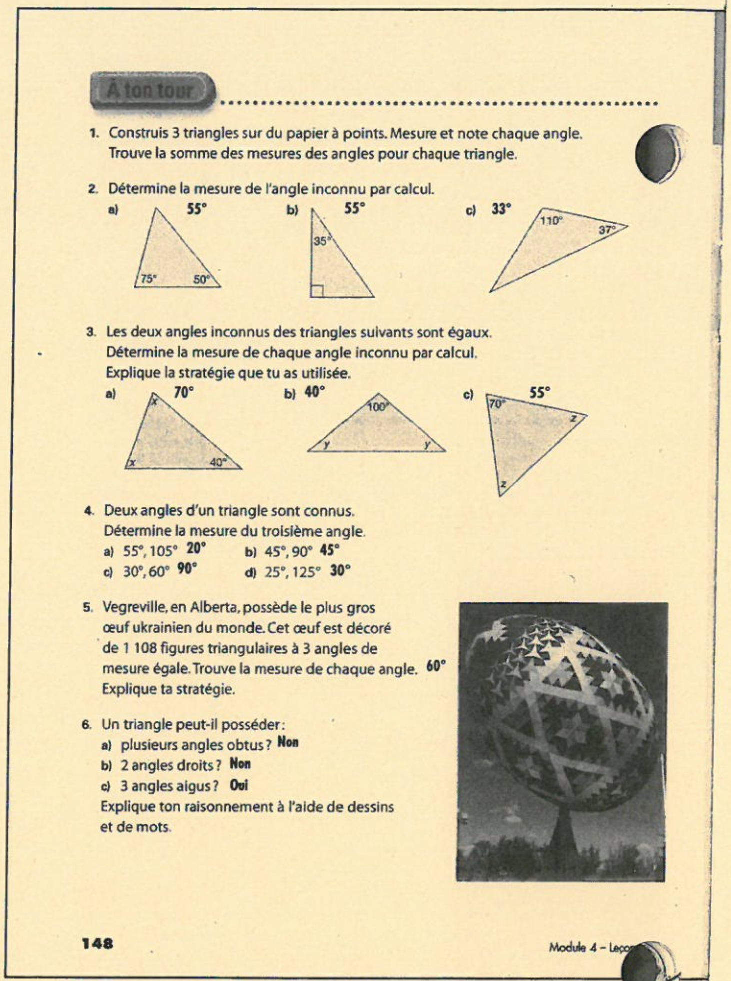
6\. a) Un angle obtus est plus grand que 90°. Alors, la somme des mesures de 2 angles obtus serait plus grande que 180°. Ce résultat n'est pas possible puisqu'un triangle a 3 angles et que la somme de ses angles est de 180°.

b) La somme des 3 angles d'un triangle est de 180°. La somme de 2 angles droits est de 180°. Alors, un triangle ne peut avoir qu'un angle droit, et la somme des 2 autres angles doit être de 90°.

c) Les angles aigus mesurent moins de 90°. En conséquence, il est possible de construire un triangle qui comporte trois angles aigus, par exemple un triangle ayant des angles de 30°, de 70° et de 80°.

Les réponses des élèves devraient inclure des dessins.

(*Les solutions continuent ci-dessous, à droite.*)



À ton tour

1. Construis 3 triangles sur du papier à points. Mesure et note chaque angle. Trouve la somme des mesures des angles pour chaque triangle.

2. Détermine la mesure de l'angle inconnu par calcul.

a) 55° b) 55° c) 33°

3. Les deux angles inconnus des triangles suivants sont égaux. Détermine la mesure de chaque angle inconnu par calcul. Explique la stratégie que tu as utilisée.

a) 70° b) 40° c) 55°

4. Deux angles d'un triangle sont connus. Détermine la mesure du troisième angle.

a) 55°, 105° **20°** b) 45°, 90° **45°**
c) 30°, 60° **90°** d) 25°, 125° **30°**

5. Vegreville, en Alberta, possède le plus gros œuf ukrainien du monde. Cet œuf est décoré de 1 108 figures triangulaires à 3 angles de mesure égale. Trouve la mesure de chaque angle. **60°** Explique ta stratégie.

6. Un triangle peut-il posséder :

a) plusieurs angles obtus ? **Non**
b) 2 angles droits ? **Non**
c) 3 angles aigus ? **Oui**

Explique ton raisonnement à l'aide de dessins et de mots.

148 Module 4 – Leço

Assurez-vous que les élèves comprennent la convention qui consiste à nommer un angle en utilisant la lettre de son sommet.

À ton tour

Les questions 1, 5, 7 et 10 nécessitent l'utilisation de rapporteurs. La question 1 requiert la *FRO 25 : Papier à points quadrillé* et la question 10, des géoplans et des bandes élastiques ou du papier à points quadrillé.

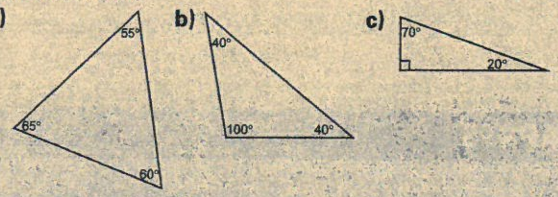
Évaluation : Question 7

Deux angles sont donnés pour cette question. Sachant que la somme des angles d'un triangle est de 180°, les élèves déterminent la mesure du troisième angle à l'aide de l'addition ou de la soustraction. À partir de cette information, ils sont en mesure de dessiner un triangle ayant les angles voulus. La grandeur du triangle dépend de la longueur du côté initial. La grandeur et l'orientation des triangles n'ont pas d'importance.

Les élèves qui ont besoin d'un soutien complémentaire peuvent utiliser la *FR 4.15 : Étape par étape 6* pour répondre à la question d'évaluation.

(*Suite des solutions*)

7\. a) b) c)



a) $180° - 65° - 55° = 60°$
b) $180° - 40° - 40° = 100°$
c) $180° - 90° - 70° = 20°$

8\. a) $m + 63° = 180°$ puisque ces angles forment un angle plat. Alors, $m = 117°$. La somme des angles d'un triangle est de 180°, donc $34° + 117° + n = 180°$ et $n = 29°$.

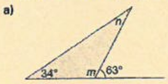
b) $m + 140° = 180°$ puisque ces angles forment un angle plat. Alors, $m = 40°$. La somme des angles d'un triangle est de 180°, donc $35° + 40° + n = 180°$ et $n = 105°$.

c) $m + 122° = 180°$ puisque ces angles forment un angle plat. Alors, $m = 58°$. La somme des angles d'un triangle est de 180°, donc $66° + 58° + n = 180°$ et $n = 56°$.

7. Détermine la mesure de l'angle inconnu de chaque triangle décrit ci-dessous. Dessine ensuite le triangle.
Explique comment tu as déterminé chaque mesure.
   a) Un triangle avec deux angles qui mesurent 65° et 55° **60°**
   b) Un triangle avec deux angles égaux qui mesurent chacun 40° **100°**
   c) Un triangle rectangle avec un angle de 70° **20°**

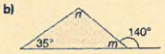
8. Détermine la mesure des angles m et n.
Explique la stratégie que tu as utilisée.

a)



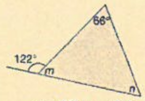
$m = 117°$; $n = 29°$

b)



$m = 40°$; $n = 105°$

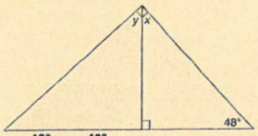
c)



$m = 58°$; $n = 56°$

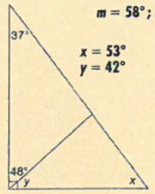
9. Détermine la mesure des angles x et y.
Montre ton travail.
Explique la stratégie que tu as utilisée.

a)



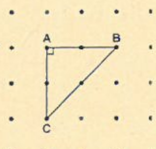
$x = 42°$; $y = 48°$

b)



$x = 53°$
$y = 42°$

10. Utilise un géoplan et des bandes élastiques ou du papier à points quadrillé. Construis le △ABC.



   a) Trouve la mesure des angles inconnus. **$\angle B = 45°$; $\angle C = 45°$**
   Vérifie tes réponses en mesurant avec un rapporteur.
   b) Prolonge $\overline{AB}$ de 1 unité vers la droite jusqu'à D.
   Prolonge $\overline{AC}$ de 1 unité vers le bas jusqu'à E. Relie D et E.
   c) Prédis la mesure de chaque angle dans le nouveau triangle. Utilise un rapporteur pour vérifier. Note ton travail. **$\angle D = 45°$** **$\angle E = 45°$**
   d) Répète deux autres fois les étapes b) et c).
   e) Que remarques-tu à propos de tous les triangles que tu as construits ? Explique ta réponse.

Réfléchis

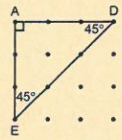
Suppose qu'une ou un élève a raté la leçon d'aujourd'hui.
Explique-lui comment tu connais la somme des angles de tout triangle.

ÉVALUATION | Question 7 Module 4 – Leçon 6 **149**

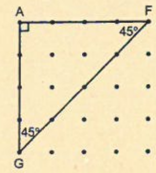
9. a) La somme des angles d'un triangle est de 180°.
Alors, $90° + 48° + x = 180°$ et $x = 42°$.
$42° + y = 90°$ (ils forment un angle droit) ; $y = 48°$.
b) $48° + y = 90°$ (ils forment un angle droit) ; $y = 42°$.
La somme des angles d'un triangle est de 180°.
Alors, $37° + 90° + x = 180°$ et $x = 53°$.

10. a) $\angle B = 45°$; $\angle C = 45°$

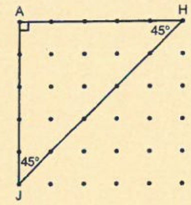
b)



c)



d)



e) Tous les triangles ont la même forme, mais une grandeur différente. Les longueurs des côtés sont différentes, mais les angles ont la même mesure. Chaque triangle possède un angle droit et deux angles de 45°.

RÉFLÉCHIS : Je sais que la somme des angles de tout triangle est de 180°, car si je découpe les angles d'un triangle et que je les place un à la suite de l'autre, ils forment toujours une ligne droite. Ils doivent donc avoir une somme de 180°.

ÉVALUATION AU SERVICE DE L'APPRENTISSAGE

Ce qu'il faut observer

Compréhension des concepts

✔ Les élèves savent expliquer, en utilisant des modèles, que la somme des angles intérieurs de tout triangle est de 180°.

Savoir procédural

✔ Les élèves déterminent la mesure d'angles inconnus sans mesurer, en utilisant la somme des angles d'un triangle.

Que faire si ce n'est pas le cas

Questionner davantage

Pendant que les élèves travaillent, posez-leur les questions suivantes :
- Quelle est la somme des angles intérieurs de tout triangle ?
- Combien de mesures d'angle sont données dans ce triangle ?
- Quelle est la somme des mesures données ?
- Que devez-vous ajouter à la somme pour obtenir 180° ?
- Quelle est la mesure de l'angle inconnu ? Comment pouvez-vous le vérifier ?

Adapter l'enseignement

Les élèves qui ont de la difficulté à déterminer la mesure des angles peuvent s'aider en identifiant d'abord l'information connue et l'élément inconnu. Suggérez aux élèves de noter l'information dans un tableau. Par exemple :

Angle 1	Angle 2	Angle 3	Somme des mesures
80°	40°	x	180°

60 100 20

Explorer les angles d'un quadrilatère

LA LEÇON EN BREF (de 80 à 100 min)

Objectif du programme : Explorer la somme des angles d'un quadrilatère. (6FE2)

Matériel pour l'enseignement (*Facultatif*)
- transparent de la *FRO 25 : Papier à points quadrillé*

Matériel de l'élève
- *FRO 25 : Papier à points quadrillé*
- rapporteur
- géoplan et bandes élastiques

Facultatif
- *FR 4.16 : Étape par étape 7*
- *FR 4.27 : Exercices supplémentaires 7*

Vocabulaire : une diagonale

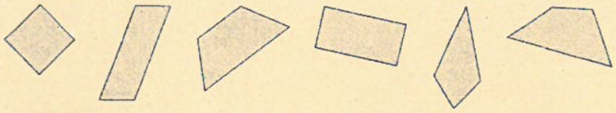
Évaluation : *FRÉ 4.2 : Observation continue : Les angles et les polygones*

6.4.J.

LEÇON 7

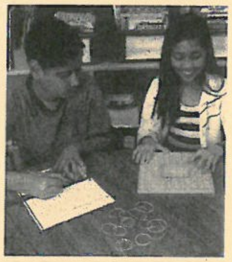
Explorer les angles d'un quadrilatère

En quoi ces quadrilatères se ressemblent-ils ?
En quoi sont-ils différents ?



Explore

Tu as besoin d'un géoplan, de bandes élastiques, d'une règle et de papier à points quadrillé. Trace chacune de tes figures sur du papier à points quadrillé.



- ➤ Construis un carré. Que sais-tu sur chacun des angles intérieurs ? Quelle est la somme des angles d'un carré ?
- ➤ Construis un rectangle. Que sais-tu sur chacun des angles intérieurs ? Quelle est la somme des angles d'un rectangle ?
- ➤ Construis 2 quadrilatères qui n'ont pas d'angle droit. Suppose que tu n'as pas de rapporteur. Comment peux-tu trouver la somme des angles de chaque quadrilatère ?
- ➤ Que peux-tu dire sur la somme des angles d'un quadrilatère ? Explique ta réponse.

***Qu'as-tu* trouvé ?**

Compare tes résultats avec ceux de deux autres élèves.
Comment peux-tu utiliser tes connaissances sur les triangles pour trouver la somme des angles d'un quadrilatère ? Selon toi, est-ce la même chose pour tous les quadrilatères ? Explique ta réponse.

150 OBJECTIF | Explorer la somme des angles d'un quadrilatère.

Notion clé

La somme des angles d'un quadrilatère est de 360°.

AVANT — Entrée en matière

Invitez les élèves à examiner les quadrilatères au haut de la page 150 de leur manuel. Posez-leur les questions suivantes :

- Quels quadrilatères voyez-vous ? (*Un carré, un parallélogramme, un trapèze, un rectangle, un cerf-volant*)
- Quelles sont les ressemblances entre ces quadrilatères ? (*Chaque quadrilatère a 4 côtés, 4 sommets et 4 angles intérieurs.*)
- Quelles sont les différences ? (*Le carré a 4 côtés égaux et 4 angles droits. Le rectangle a 2 paires de côtés opposés égaux et 4 angles droits. Le parallélogramme a 2 paires de côtés opposés égaux. Le trapèze a une paire de côtés parallèles. Le cerf-volant a 2 paires de côtés adjacents égaux. Le dernier quadrilatère n'a pas de côtés égaux ni de côtés parallèles.*)

Présentez la rubrique **Explore.** Distribuez des géoplans, des bandes élastiques et la *FRO 25 : Papier à points quadrillé* aux équipes de deux élèves. Assurez-vous que les élèves comprennent qu'ils doivent dessiner chaque figure sur du papier à points.

PENDANT — Explore

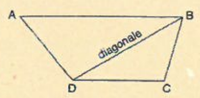
Évaluation continue : Observer et écouter

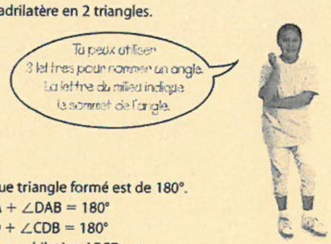
Pendant que les élèves travaillent, posez-leur les questions suivantes :

- Que savez-vous au sujet de chaque angle intérieur d'un carré ? (*C'est un angle droit.*)
- Que savez-vous au sujet de chaque angle intérieur d'un rectangle ? (*C'est un angle droit.*)
- Quelle est la somme des angles intérieurs d'un carré ou d'un rectangle ? ($90° + 90° + 90° + 90° = 360°$)
- De quelle autre façon pouvez-vous trouver la somme des angles intérieurs d'un carré ou d'un rectangle ? (*Je peux utiliser une bande élastique pour relier une paire de sommets opposés. J'obtiens 2 triangles. Je sais que la somme des angles intérieurs d'un triangle est de 180°. Alors, la somme des angles intérieurs d'un carré est* $2 \times 180° = 360°$.)
- Quels autres quadrilatères avez-vous construits ? (*Nous avons construit un parallélogramme et un cerf-volant.*)

Découvre

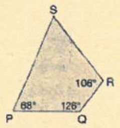
- La somme des angles intérieurs est la même pour tous les quadrilatères.
  Une **diagonale** divise tout quadrilatère en 2 triangles.





La somme des angles de chaque triangle formé est de 180°.
Dans le $\triangle ABD$, $\angle ABD + \angle BDA + \angle DAB = 180°$
Dans le $\triangle DBC$, $\angle DBC + \angle BCD + \angle CDB = 180°$
Donc, la somme des angles du quadrilatère ABCD est
$2 \times 180° = 360°$.

- Tu peux utiliser la somme des angles d'un quadrilatère pour trouver la mesure de $\angle S$ dans le quadrilatère PQRS.



La somme des angles d'un quadrilatère est de 360°.
Donc, $\angle P + \angle Q + \angle R + \angle S = 360°$.
Puisque $\angle P = 68°$, $\angle Q = 126°$ et $\angle R = 106°$,
$68° + 126° + 106° + \angle S = 360°$ Additionne les angles.
$300° + \angle S = 360°$

Résous l'équation par inspection.
Quel nombre additionnes-tu à 300 pour obtenir 360 ?
La mesure de $\angle S$ est de 60°.

À ton tour

1. Construis 3 quadrilatères sur du papier à points.
   Mesure et note chaque angle. Trouve la somme des mesures des angles pour chaque quadrilatère.

Module 4 – Leçon 7 **151**

AUTREMENT DIT

Erreur fréquente

- Les élèves croient que, dans un quadrilatère, si deux angles opposés sont égaux, alors les deux autres angles opposés le sont aussi.

Que faire ? Ce raisonnement est vrai dans le cas d'un parallélogramme, mais pas pour les quadrilatères en général. Dessinez un quadrilatère comportant des angles tels que 110°, 90°, 70° et 90° pour bien montrer aux élèves que, même si deux angles opposés sont égaux, les deux autres angles opposés ne le sont pas nécessairement.

Approfondissement

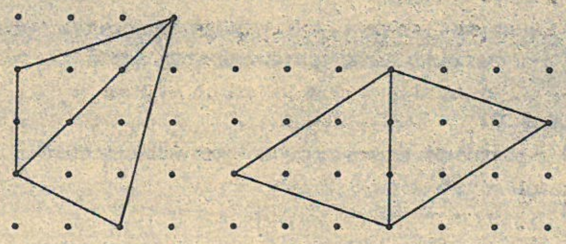
Mettez les élèves au défi de trouver la somme des angles intérieurs du pentagone de la question 5 de la rubrique **À ton tour.** Les élèves expliquent leurs résultats à l'aide de la somme des angles d'un triangle et de celle des angles d'un rectangle.

Remarque

Les quadrilatères sont des polygones à quatre côtés. Les parallélogrammes ont deux paires de côtés parallèles.
Les rectangles sont des parallélogrammes dont les angles sont droits. Les losanges sont des parallélogrammes dont les quatre côtés sont égaux. Les carrés sont des parallélogrammes dont les angles sont droits et les côtés, égaux. Par définition, un carré est aussi un rectangle et un losange. Les trapèzes ont au moins une paire de côtés parallèles, et les cerfs-volants ont deux paires de côtés adjacents égaux.

APRÈS Découvre

Invitez les élèves à présenter leurs résultats à la classe. Invitez des volontaires à construire divers quadrilatères sur un transparent à points quadrillé posé sur le rétroprojecteur. Demandez-leur d'expliquer comment ils ont trouvé la somme des angles de chaque quadrilatère. Voici des exemples de solutions :



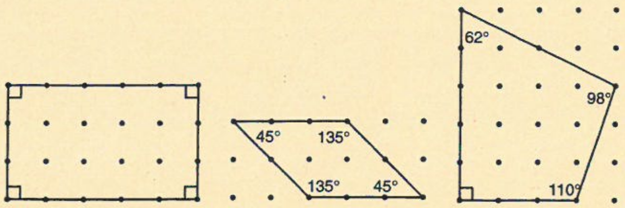
Posez les questions suivantes aux élèves :

- Comment avez-vous utilisé vos connaissances sur la somme des angles d'un triangle pour trouver la somme des angles d'un quadrilatère ? (*J'ai utilisé une bande élastique pour diviser chaque quadrilatère en 2 triangles sur le géoplan. Puisque que la somme des angles intérieurs d'un triangle est de 180°, la somme des angles intérieurs d'un quadrilatère est : 2 × 180° = 360°.*)
- Qu'arriverait-il si vous dessiniez une autre diagonale ? (*Cela ne ferait aucune différence. Chaque diagonale divise le quadrilatère en 2 triangles, alors la somme des angles ne change pas.*)
- Selon vous, est-ce vrai pour tous les quadrilatères ? (*Oui. Une diagonale divise tout quadrilatère en 2 triangles.*)

Voyez ensemble la rubrique **Découvre**. Demandez aux élèves d'examiner le quadrilatère dont une diagonale se trouve au haut de la page 151. Il n'y a qu'un angle au sommet A. Alors, on peut nommer cet angle $\angle A$. Il y a deux angles au sommet D ; on utilise 3 lettres pour les différencier : $\angle BDA$ et $\angle CDB$. La lettre du milieu, D, indique que les deux angles se trouvent au sommet D.

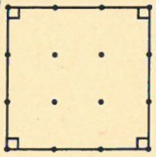
Solutions

1.

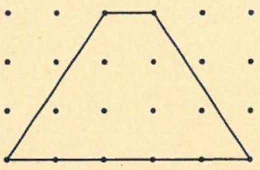


$90° + 90° + 90° + 90° = 360°$
$45° + 135° + 45° + 135° = 360°$
$90° + 110° + 98° + 62° = 360°$

3. a) La somme des angles est de 350°, et $350° < 360°$.
   b) La somme des angles est de 360°.
   c) La somme des angles est de 360°.
   d) La somme des angles est de 370°, et $370° > 360°$.
4. a)

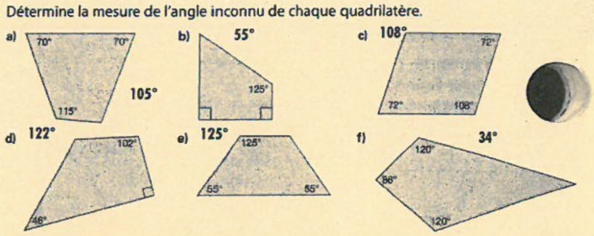


b)



(*Les solutions continuent ci-dessous.*)

2. Détermine la mesure de l'angle inconnu de chaque quadrilatère.



3. Charlie a construit 4 quadrilatères.
   Il a noté les mesures des angles dans un tableau.

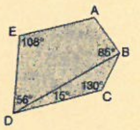
Quadrilatère	∠A	∠B	∠C	∠D
a)	225°	36°	47°	42°
b)	81°	99°	81°	99°
c)	90°	45°	120°	105°
d)	123°	66°	108°	73°

a) Non b) Oui
c) Oui d) Non

Charlie a-t-il mesuré correctement les angles de chaque quadrilatère ? Comment le sais-tu ?

4. Utilise un géoplan et des bandes élastiques ou du papier à points. Essaie de construire chacun des quadrilatères décrits ci-dessous. Si tu peux construire le quadrilatère, trace-le sur du papier à points. Si tu ne peux pas le construire, utilise tes connaissances sur la somme des angles d'un quadrilatère pour expliquer pourquoi.
   a) Un quadrilatère qui a 4 angles droits
   b) Un quadrilatère qui a 2 angles aigus et 2 angles obtus
   c) Un quadrilatère qui a un seul angle droit
   d) Un quadrilatère qui a 4 angles aigus
   e) Un quadrilatère qui a 4 angles obtus

5. Examine ce pentagone.
   a) Trouve la mesure de ∠A. **111°**
   b) Trouve la mesure de ∠DBC. **35°**
   Montre ton travail.
   Explique ton raisonnement.



152 ÉVALUATION | Question 4 Module 4 – Leço

Révisez le problème de la rubrique Découvre. Certains élèves diront peut-être qu'on peut soustraire puisque la somme des angles d'un quadrilatère est de 360° :
$360° - 106° - 126° - 68° = 60°$. Alors, la mesure de l'angle S est de 60°.

À ton tour

Fournissez des rapporteurs. Les élèves ont besoin de papier à points quadrillé pour la question 1. Des géoplans et des bandes élastiques ou du papier à points sont nécessaires pour la question 4.

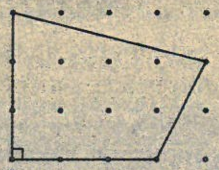
Évaluation : Question 4

Les élèves expliquent pourquoi on ne peut pas construire certains des quadrilatères, en se basant sur leurs connaissances de la somme des angles d'un quadrilatère.

Les élèves qui ont besoin d'un soutien complémentaire peuvent utiliser la *FR 4.16 : Étape par étape* 7 pour répondre à la question d'évaluation.

(*Suite des solutions*)

c)

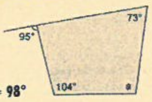


d) On ne peut pas construire un quadrilatère qui a 4 angles aigus. Un angle aigu est plus petit que 90°. Alors, la plus grande somme possible est de $4 \times 89° = 356°$.

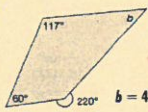
e) On ne peut pas construire un quadrilatère qui a 4 angles obtus. Un angle obtus est plus grand que 90°. Alors, la plus petite somme possible est de $4 \times 91° = 364°$.

5. a) La somme des angles du quadrilatère ABDE est de 360°.
   $360° - 56° - 108° - 85° = 111°$
   b) La somme des angles du ΔDBC est de 180°.
   $180° - 15° - 130° = 35°$
6. a) $180° - 95° = 85°$. Les deux angles forment un angle plat. La somme des angles d'un quadrilatère est de 360°. Alors, je soustrais pour trouver a :
   $360° - 85° - 104° - 73° = 98°$
   b) Je soustrais pour déterminer l'angle intérieur : $360° - 220° = 140°$. La somme des angles d'un triangle est de 180°. Alors, je soustrais pour trouver b :
   $360° - 140° - 60° - 117° = 43°$

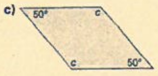
6. Détermine la mesure des angles a, b et c.
Montre ton travail.

a) 

$a = 98°$

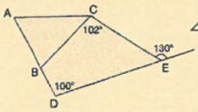
b) 

$b = 43°$

c) 

$c = 130°$

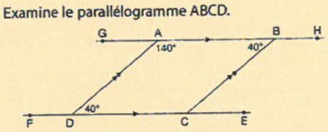
7. Détermine la mesure de ∠ABC.
Montre toutes les étapes que tu as suivies pour déterminer cette mesure.



∠ABC = 72°

8. Construis un rectangle. Trace ses diagonales.
Mesure un des angles formés à l'endroit où les diagonales se coupent.
Sans utiliser de rapporteur, détermine la mesure des 3 autres angles.
Explique ta stratégie.
Refais l'exercice avec 2 autres quadrilatères.
Que remarques-tu ?

9. Examine le parallélogramme ABCD.



a) Sans utiliser de rapporteur, détermine la mesure de ∠BCD. **∠BCD = 140°**
b) Détermine la mesure de ∠BCE, de ∠CBH, de ∠ADF et de ∠DAG. **∠BCE = 40°, ∠CBH = 140°, ∠ADF = 140°, ∠DAG = 40°**
Quelle stratégie as-tu utilisée ?
c) Indique les paires d'angles qui ont la même mesure. **∠DAG, ∠BCE, ∠ABC, ∠ADC mesurent tous 40°.**
d) Indique les paires d'angles dont la somme est de 180°. **∠CBH, ∠ADF, ∠DAB, ∠BCD mesurent tous 140°.**

Réfléchis

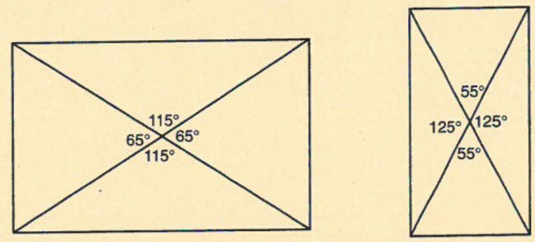
Comment as-tu utilisé tes connaissances sur la somme des angles d'un triangle pour cette leçon ?

Module 4 – Leçon 7 **153**

c) $360° - 100° = 260°$. Puisque les 2 angles inconnus sont égaux, je divise par 2 pour trouver c : $260° \div 2 = 130°$.

7. ∠DEC = 180° − 130° = 50° (angle plat)
La somme des angles du quadrilatère CBDE est de 360°.
Alors, ∠CBD = 360° − 102° − 50° − 100° = 108°.
∠ABC et ∠CBD forment un angle plat.
Alors, ∠ABC = 180° − 108° = 72°.

8.



Je soustrais 65° de 180° pour obtenir l'autre mesure parce que je sais qu'un angle plat mesure 180°. J'utilise le même processus pour déterminer les 2 autres angles.
La somme des angles formés par les diagonales est toujours de 360°. Par exemple, 55° + 125° + 55° + 125° = 360° et 65° + 115° + 65° + 115° = 360°.

9. b) J'ai utilisé le fait qu'un angle plat mesure 180°.
d) ∠FDA et ∠ADC ; ∠DCB et ∠BCE ; ∠HBC et ∠CBA ; ∠BAD et ∠DAG ; ∠DAB et ∠ABC ; ∠ABC et ∠BCD ; ∠BCD et ∠CDA ; ∠CDA et ∠DAB

RÉFLÉCHIS : Je sais que la somme des angles d'un triangle est de 180°. Je peux tracer une diagonale pour diviser un quadrilatère en deux triangles. Par conséquent, la somme des angles d'un quadrilatère est de 180° + 180° = 360°.

ÉVALUATION AU SERVICE DE L'APPRENTISSAGE

Ce qu'il faut observer	Que faire si ce n'est pas le cas
Compréhension des concepts ✔ Les élèves savent expliquer, en utilisant des modèles, que la somme des angles intérieurs de tout quadrilatère est de 360°. ***Savoir procédural*** ✔ Les élèves déterminent la mesure d'angles inconnus sans mesurer, en utilisant la somme des angles d'un quadrilatère.	***Questionner davantage*** Pendant que les élèves travaillent, posez-leur les questions suivantes : • Quelle est la somme des angles intérieurs de tout quadrilatère ? • Combien de mesures d'angle sont données dans ce quadrilatère ? • Quelle est la somme des mesures données ? • Que devez-vous ajouter à la somme pour obtenir 360° ? • Quelle est la mesure de l'angle inconnu ? Comment pouvez-vous le vérifier ? ***Adapter l'enseignement*** Invitez les élèves à construire des quadrilatères. Les élèves découpent les angles de chaque quadrilatère et les placent de façon à former une rotation complète ou un angle de 360°. Cette activité aidera les élèves à reconnaître que la somme des angles de tout quadrilatère est de 360°.

LEÇON 7

Le périmètre de polygones

LA LEÇON EN BREF (de 80 à 100 min)

Objectif du programme : Développer et appliquer des formules pour déterminer le périmètre de polygones. (6FE3)

Matériel de l'élève

- géoplans et bandes élastiques
- géoplans isométriques
- *FRO 25 : Papier à points quadrillé*
- *FRO 26 : Papier à points isométrique*
- *FRO 28 : Blocs-formes*
- copies de la *FR 6.30 : Polygones réguliers*

Facultatif

- *FR 6.16 : Étape par étape 7*
- *FR 6.41 : Exercices supplémentaires 7*

Vocabulaire : le périmètre, une formule, une variable, une substitution

Évaluation : *FRÉ 6.2 : Observation continue : La géométrie et la mesure*

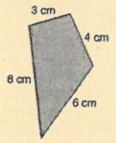
Notions clés

1. On détermine le périmètre d'un polygone en additionnant les longueurs de ses côtés.
2. On détermine le périmètre de polygones particuliers à l'aide de formules.

C.4.K.

LEÇON 7 — Le périmètre de polygones

Quel est le périmètre de ce quadrilatère ?



Explore

Tu as besoin d'un géoplan, de bandes élastiques, de papier à points et d'une règle. Partage le travail avec tes camarades.

Construis 15 polygones différents. Tu dois avoir au moins deux figures de chacun des types de polygones suivants :
- carré,
- rectangle,
- parallélogramme,
- losange,
- triangle.

Reproduis chaque polygone sur du papier à points.
Trouve le périmètre de chaque polygone. Pour quels types de polygones peux-tu écrire une règle pour calculer le périmètre ? Écris ces règles.

Qu'as-tu trouvé ?

Présente tes règles à un autre groupe.
Comparez vos règles. Discutez des différences, s'il y a lieu.
Pour quels types de polygones est-il possible d'écrire plus d'une règle ? Explique ta réponse.

226 OBJECTIF I Développer et appliquer des formules pour déterminer le périmètre de polygones.

AVANT — Entrée en matière

Examinez ensemble le quadrilatère au haut de la page 226 du manuel de l'élève. Posez les questions suivantes aux élèves :

- Qu'est-ce que le périmètre d'une figure ? (*Le périmètre est la distance autour de la figure.*)
- Quel est le périmètre de ce quadrilatère ? (*21 cm*)
- Comment l'avez-vous trouvé ? (*J'ai additionné les longueurs des côtés : 3 + 8 + 6 + 4 = 21. Le périmètre est de 21 cm.*)

Présentez la rubrique **Explore.** Invitez des volontaires à décrire les caractéristiques de chaque polygone nommé. Suggérez ceci : un membre du groupe construit un polygone, un autre le reproduit sur du papier à points et le troisième calcule son périmètre. Les élèves s'échangent les rôles à chaque polygone. Distribuez des géoplans (quadrillés et isométriques), des bandes élastiques, la *FRO 25 : Papier à points quadrillé* et la *FRO 26 : Papier à points isométrique* aux groupes d'élèves.

PENDANT — Explore

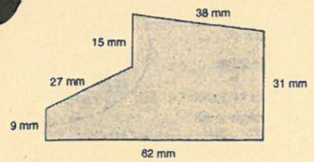
Évaluation continue : Observer et écouter

Posez les questions suivantes aux élèves :

- Comment avez-vous décidé de la sorte de géoplan à utiliser pour chaque type de polygone ? (*Nous avons utilisé un géoplan quadrillé pour construire des carrés et des rectangles puisque leurs angles sont droits. Nous avons utilisé un géoplan triangulé pour la plupart des autres polygones puisqu'ils n'ont pas besoin d'avoir des angles droits. Les chevilles adjacentes d'un géoplan isométrique sont toutes à une même distance : il est facile de calculer le périmètre de chaque polygone.*)
- À quel moment utiliseriez-vous un géoplan quadrillé pour construire un polygone autre qu'un carré ou un rectangle ? (*Je peux utiliser un géoplan quadrillé pour construire un triangle rectangle. Je devrai mesurer le côté le plus long pour trouver sa longueur.*)

Découvre

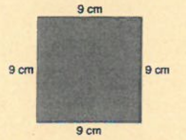
Le périmètre est la distance autour d'un polygone. Tu as découvert que des règles permettent de déterminer le périmètre de polygones. Pour cet hexagone :



Périmètre $= 38 + 31 + 62 + 9 + 27 + 15$
$= 182$
Le périmètre de cet hexagone est de 182 mm.

Selon la règle tu peux déterminer le périmètre de n'importe quel polygone en additionnant les longueurs des côtés.

Tu peux également élaborer des règles qui s'appliquent à des polygones particuliers.
➤ Voici comment Gabriel a déterminé le périmètre de ce carré.



Périmètre $= 9 + 9 + 9 + 9$
$= 4 \times 9$
$= 36$
Le périmètre de ce carré est de 36 cm.

Un carré a 4 côtés égaux. Selon Gabriel, cette information peut servir à établir une règle pour déterminer le périmètre de n'importe quel carré : multiplier la longueur d'un côté par 4.

Module 6 – Leçon 7 **227**

AUTREMENT DIT

Approfondissement

Demandez aux élèves d'expliquer ce qui arriverait au périmètre d'un polygone régulier si l'on augmentait de 4 cm la longueur de côté. (*Réponse : Le périmètre augmenterait du produit de 4 cm et du nombre de côtés.*)

Erreurs fréquentes

➤ Les élèves multiplient les mesures de deux côtés d'un polygone régulier pour trouver le périmètre.

Que faire ? Rappelez aux élèves que le périmètre est la somme des longueurs des côtés, pas leur produit. La multiplication peut remplacer une addition répétée.

➤ Pour trouver le périmètre d'un parallélogramme dont ils connaissent la longueur de côtés adjacents, les élèves additionnent simplement les deux mesures.

Que faire ? Rappelez aux élèves qu'un parallélogramme a 2 paires de côtés égaux. Invitez les élèves à tracer un parallélogramme et à mesurer la longueur des 4 côtés. Ensuite, demandez-leur d'expliquer comment calculer le périmètre.

Soutien complémentaire : Langue

Certains élèves peuvent avoir de la difficulté à écrire une règle pour déterminer le périmètre d'un polygone. Demandez-leur de dessiner et d'annoter un polygone, puis de noter comment calculer son périmètre en utilisant des symboles.

- Pour quelles figures pouvez-vous écrire une règle pour calculer le périmètre ? (*Les carrés et les losanges ont quatre côtés égaux. Une règle pour calculer le périmètre d'un carré ou d'un losange est de multiplier la longueur d'un côté par 4. Les rectangles et les parallélogrammes ont deux paires de côtés égaux. Une règle pour calculer le périmètre d'un rectangle ou d'un parallélogramme est de multiplier la longueur d'un côté plus long par 2, de multiplier la longueur d'un côté plus court par 2, puis d'additionner.*)
- Pouvez-vous écrire une autre règle pour calculer le périmètre d'un rectangle ou d'un parallélogramme ? Laquelle ? (*Oui, additionner les longueurs d'un côté plus long et d'un côté plus court, puis multiplier par 2.*)
- Pouvez-vous écrire une règle pour calculer le périmètre de n'importe quel triangle ? Laquelle ? (*Oui. Les triangles équilatéraux ont 3 côtés égaux. Alors, une règle pour calculer le périmètre d'un triangle équilatéral est de multiplier la longueur d'un côté par 3. Les triangles isocèles ont 2 côtés égaux. Donc, une règle pour calculer le périmètre d'un triangle isocèle est de multiplier la longueur d'un des côtés égaux par 2, puis d'additionner la longueur du troisième côté.*)
- De quelle façon pouvez-vous calculer le périmètre de tous les types de polygones ? (*Je peux trouver le périmètre en additionnant les longueurs des côtés.*)

APRÈS Découvre

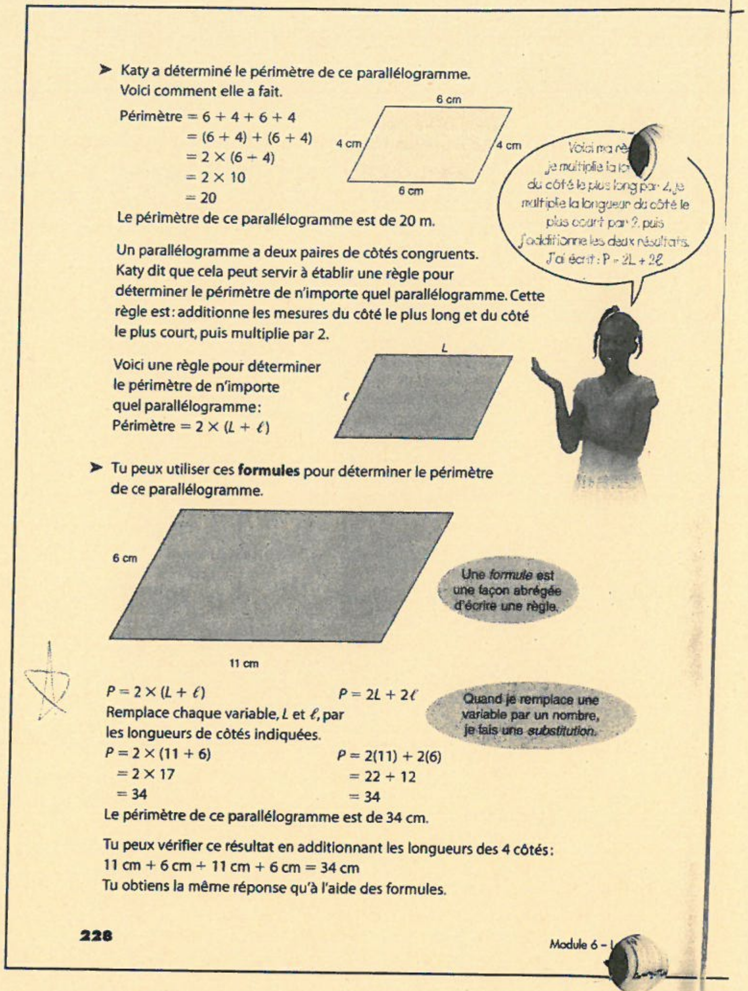
Invitez des volontaires à présenter les règles qu'ils ont établies. Notez les règles au tableau à mesure qu'elles sont données. Par exemple, la règle pour calculer le périmètre d'un losange peut être de multiplier la longueur d'un côté par 4. Invitez les élèves à calculer le périmètre de leurs polygones à l'aide de la règle, puis à vérifier que cette règle fonctionne en additionnant les longueurs des côtés.

Posez les questions suivantes aux élèves :

- Pourquoi les règles pour trouver le périmètre d'un rectangle et celui d'un parallélogramme sont-elles pareilles ? (*Ces deux polygones ont 2 paires de côtés égaux.*)

Solutions

1. a) 8 cm + 8 cm + 3 cm + 3 cm = 22 cm
   b) 6 cm + 2 cm + 6 cm + 2 cm = 16 cm
   c) 2 cm + 2,5 cm + 2,5 cm + 5 cm = 12 cm
   d) 5 cm + 6 cm + 6 cm = 17 cm
2. a) J'ai additionné les mesures d'un côté long et d'un côté court, puis j'ai multiplié par 2.
   b) J'ai multiplié la mesure d'un côté long par 2 et la mesure d'un côté court par 2, puis j'ai additionné les produits.
   c) J'ai multiplié la longueur des côtés égaux par 2, puis j'ai additionné les longueurs des 2 autres côtés à ce produit.
   d) J'ai multiplié la longueur des côtés égaux par 2, puis j'ai additionné la mesure du troisième côté à ce produit.
3. a) 4 cm + 3 cm + 2,5 cm = 9,5 cm
   b) 3,7 cm + 2,5 cm + 1 cm + 1,5 cm = 8,7 cm
   Je ne peux pas écrire de règle parce que les côtés de chaque polygone sont de longueurs différentes.
4. Triangle vert : Multiplier la longueur de côté par 3.
   Losange bleu : Multiplier la longueur de côté par 4.
   Trapèze rouge : Multiplier la longueur des côtés égaux par 2, puis ajouter à ce produit la mesure des 2 autres côtés.
   Hexagone jaune : Multiplier la longueur de côté par 6.
5. Je multiplie la longueur d'un côté par 6 pour trouver le périmètre d'un hexagone régulier. Alors, le périmètre de la fenêtre égale 40 cm × 6 = 240 cm.
   1 m = 100 cm
   Alors, je divise par 100 pour trouver la réponse en mètres : 240 ÷ 100 = 2,4 m.
   Le périmètre de la fenêtre est de 2,4 m.


➤ Katy a déterminé le périmètre de ce parallélogramme.
Voici comment elle a fait.

Périmètre = 6 + 4 + 6 + 4
= (6 + 4) + (6 + 4)
= 2 × (6 + 4)
= 2 × 10
= 20

Le périmètre de ce parallélogramme est de 20 m.

Un parallélogramme a deux paires de côtés congruents. Katy dit que cela peut servir à établir une règle pour déterminer le périmètre de n'importe quel parallélogramme. Cette règle est : additionne les mesures du côté le plus long et du côté le plus court, puis multiplie par 2.

Voici une règle pour déterminer le périmètre de n'importe quel parallélogramme :
Périmètre = 2 × (L + ℓ)

➤ Tu peux utiliser ces **formules** pour déterminer le périmètre de ce parallélogramme.

$P = 2 \times (L + \ell)$ $\quad$ $P = 2L + 2\ell$

Remplace chaque variable, L et ℓ, par les longueurs de côtés indiquées.

$P = 2 \times (11 + 6)$
$= 2 \times 17$
$= 34$

$P = 2(11) + 2(6)$
$= 22 + 12$
$= 34$

Le périmètre de ce parallélogramme est de 34 cm.

Tu peux vérifier ce résultat en additionnant les longueurs des 4 côtés :
11 cm + 6 cm + 11 cm + 6 cm = 34 cm
Tu obtiens la même réponse qu'à l'aide des formules.

- Pourquoi est-il possible d'écrire deux règles différentes pour calculer le périmètre d'un rectangle et d'un parallélogramme ? (*Additionner un côté long et un côté court, puis multiplier par 2 donne la même réponse que multiplier un côté long et un côté court par 2, puis additionner les produits.*)
- Pour quelles figures est-il inutile d'écrire une règle pour calculer le périmètre ? (*Il est inutile d'écrire une règle pour les triangles, sauf pour les triangles rectangles et isocèles. Par exemple, un triangle scalène n'a pas de côtés égaux ; on ne peut donc pas écrire de règle. On doit additionner les longueurs des côtés pour déterminer le périmètre.*)
- Pourquoi peut-on écrire une règle pour calculer le périmètre d'un triangle équilatéral ? (*Parce qu'un triangle équilatéral a 3 côtés égaux.*) pour calculer le périmètre d'un triangle isocèle ? (*Parce qu'un triangle isocèle a 2 côtés égaux.*)

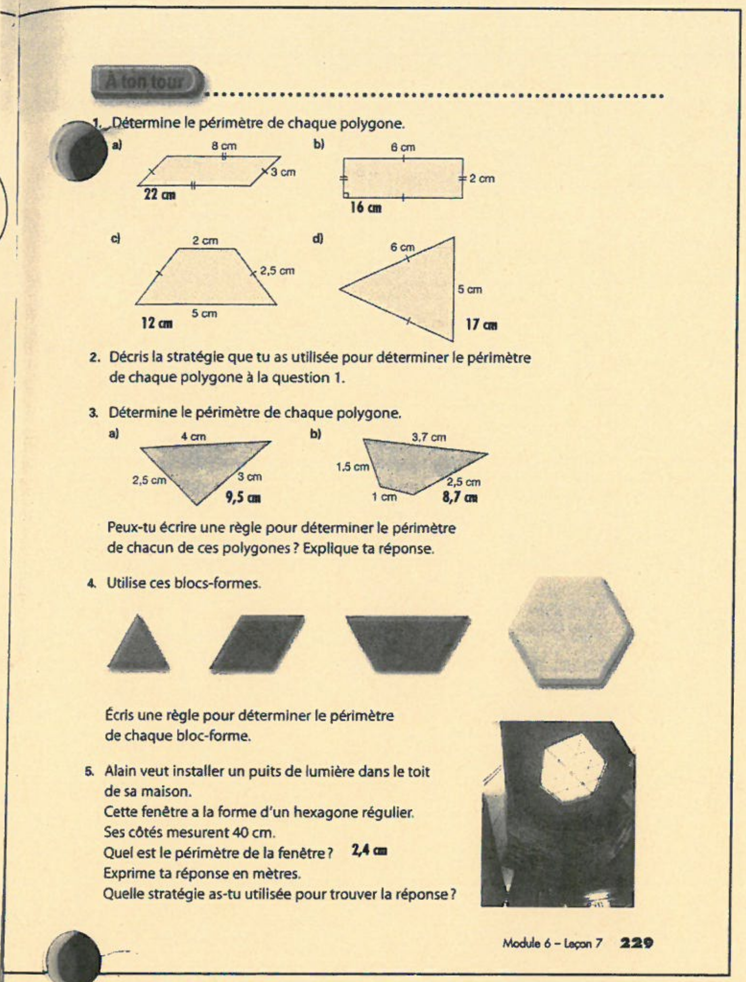
Amenez les élèves à conclure qu'on peut établir une règle pour calculer le périmètre de polygones réguliers et le périmètre de polygones qui ont 2 côtés égaux au moins. Assurez-vous que les élèves comprennent qu'ils peuvent déterminer le périmètre de tout polygone en additionnant les longueurs des côtés.

Invitez les élèves à examiner le polygone au haut de la page 227 de leur manuel. Montrez-leur comment calculer son périmètre à l'aide du calcul mental et de nombres faciles à calculer. Puisque 62 + 38 = 100, 31 + 9 = 40 et 27 + 15 = 42, alors le périmètre égale 100 + 40 + 42 = 182. Le périmètre de l'hexagone est de 182 mm.

Présentez l'idée d'utiliser des variables pour exprimer les règles en tant que formules à l'aide de la rubrique **Découvre**.

Posez les questions suivantes aux élèves :

- Comment votre règle pour calculer le périmètre d'un carré se compare-t-elle avec celles de la page 227 de votre manuel ? (*J'ai écrit la même règle, mais d'une autre façon. J'ai utilisé une autre lettre pour désigner la longueur de côté. J'ai écrit la règle suivante : P = 4c.*) ou (*J'ai écrit la même règle, mais j'ai inclus le signe de la multiplication : P = 4 × c.*)



À ton tour

1. Détermine le périmètre de chaque polygone.

a) 8 cm, 3 cm — 22 cm

b) 6 cm, 2 cm — 16 cm

c) 2 cm, 2,5 cm, 5 cm — 12 cm

d) 6 cm, 5 cm — 17 cm

2. Décris la stratégie que tu as utilisée pour déterminer le périmètre de chaque polygone à la question 1.

3. Détermine le périmètre de chaque polygone.

a) 4 cm, 2,5 cm, 3 cm — 9,5 cm

b) 3,7 cm, 1,5 cm, 2,5 cm, 1 cm — 8,7 cm

Peux-tu écrire une règle pour déterminer le périmètre de chacun de ces polygones ? Explique ta réponse.

4. Utilise ces blocs-formes.

Écris une règle pour déterminer le périmètre de chaque bloc-forme.

5. Alain veut installer un puits de lumière dans le toit de sa maison.
Cette fenêtre a la forme d'un hexagone régulier.
Ses côtés mesurent 40 cm.
Quel est le périmètre de la fenêtre ? 2,4 cm
Exprime ta réponse en mètres.
Quelle stratégie as-tu utilisée pour trouver la réponse ?

Module 6 – Leçon 7 **229**

6. **a)** Multiplier la longueur d'un côté plus long par 2, multiplier la longueur d'un côté plus court par 4, additionner les produits.
   b) Soit P, le périmètre.
   Soit L, la longueur d'un côté long.
   Soit ℓ, la longueur d'un côté court.
   Alors, $P = (L \times 2) + (\ell \times 4)$
   c) Remplacer L par 2 et ℓ par 1.
   $P = (2 \times 2) + (1 \times 4)$
   $= 8$
   Le périmètre du dessus de la boîte est de 8 m.
7. **a)** Le périmètre du polygone A :
   $4 + 4 + 2 + 2 = 12$; le périmètre est de 12 cm.
   Le périmètre du polygone B :
   $3{,}5 + 2 + 3 = 8{,}5$; le périmètre est de 8,5 cm.
   b) Le périmètre est la somme des longueurs des côtés. Si chaque longueur de côté est doublée, alors le périmètre est doublé. Les élèves peuvent multiplier la longueur de chaque côté par 2, à la partie a), puis additionner pour vérifier.
8. **b)** Le périmètre d'un polygone régulier est égal à la longueur d'un côté multipliée par le nombre de côtés.
   Soit P, le périmètre.
   Soit c, la longueur d'un côté.
   Soit n, le nombre de côtés.
   $P = c \times n$
9. **a)** Une formule pour calculer le périmètre d'un rectangle est :
   $P = (L + \ell) \times 2$
   $= (15 + 9) \times 2$
   $= 48$; le périmètre de la piste de course est de 48 m.
   b) $48 \times 8 = 384$; la voiture a parcouru environ 384 m.

- Lorsque vous écrivez une règle pour calculer le périmètre d'un carré, le choix de la variable est-il important ? (*Non. Je peux utiliser n'importe quelle variable, mais je dois préciser ce qu'elle représente.*)
- Comment votre règle pour calculer le périmètre d'un parallélogramme se compare-t-elle à celles de la page 228 de votre manuel ? (*J'ai multiplié la longueur d'un côté plus court par 2 et celle d'un côté plus long par 2, puis j'ai additionné. Je peux exprimer ma règle ainsi : $P = 2\ell + 2L$. Puisque l'ordre dans lequel on additionne n'est pas important, ma règle est la même que $P = 2L + 2\ell$.*)
- Pouvez-vous utiliser les règles $P = 2L + 2\ell$ et $P = 2 \times (L + \ell)$ pour un autre type de polygone ? Si oui, lequel ? (*Oui. Je peux utiliser ces règles si un polygone a 2 paires de côtés égaux. Je peux aussi les utiliser pour trouver le périmètre d'un rectangle puisqu'un rectangle a 2 paires de côtés égaux.*)
- Comment pouvez-vous vérifier la réponse lorsque vous utilisez une formule pour calculer le périmètre d'un polygone ? (*Je peux vérifier la réponse en additionnant les longueurs des côtés. La réponse devrait être la même que celle que je trouve à l'aide de la formule.*)

À ton tour

La *FRO 28 : Blocs-formes* est requise pour la question 4. La *FR 6.30 : Polygones réguliers* est requise pour la question 8.

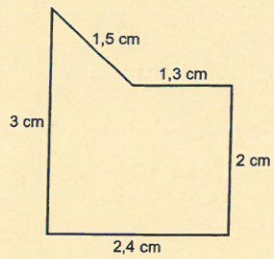
À la question 9, les élèves devraient tenir pour acquis que la piste de course est rectangulaire. Les élèves utilisent le mot « environ » dans leur réponse parce que la piste n'est pas exactement un rectangle. Ils devraient considérer que la voiture roule le plus près possible du bord extérieur de la piste.

Évaluation : Question 8

Les élèves reconnaissent que les côtés de chaque polygone sont égaux parce que ce sont tous des polygones réguliers. Ainsi, les élèves mesurent la longueur d'un côté de chaque polygone, puis multiplient cette longueur par le nombre de côtés pour trouver le périmètre. Grâce à ce genre de raisonnement, la prochaine étape – écrire une formule – sera dans la suite logique des choses.

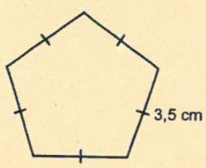
Les élèves qui ont besoin d'un soutien complémentaire peuvent utiliser la *FR 6.16 : Étape par étape 7* pour répondre à la question d'évaluation.

RÉFLÉCHIS : Le périmètre d'un polygone est la somme des longueurs de ses côtés. Il faut additionner pour trouver le périmètre d'un pentagone irrégulier :



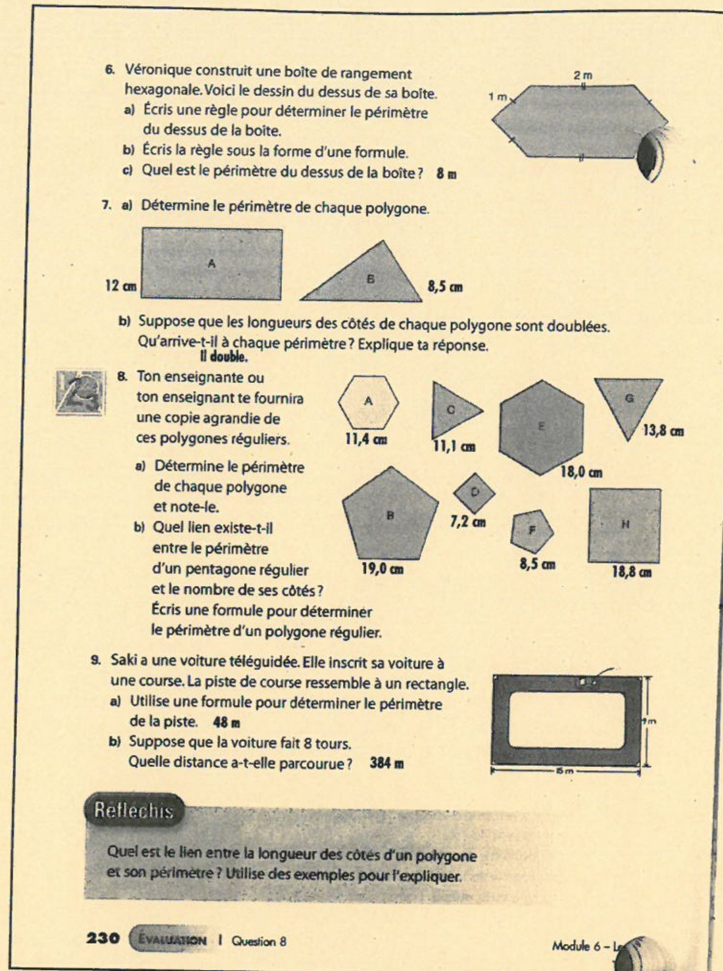
Périmètre $= 3 + 2,4 + 2 + 1,3 + 1,5$
$= 10,2$

Le périmètre de ce pentagone irrégulier est de 10,2 cm.
Tous les côtés d'un polygone régulier sont de même longueur. Je peux multiplier la longueur d'un côté par le nombre de côtés pour trouver le périmètre.



Périmètre $= 5 \times 3,5$
$= 17,5$

Le périmètre de ce pentagone régulier est de 17,5 cm.



6. Véronique construit une boîte de rangement hexagonale. Voici le dessin du dessus de sa boîte.
   a) Écris une règle pour déterminer le périmètre du dessus de la boîte.
   b) Écris la règle sous la forme d'une formule.
   c) Quel est le périmètre du dessus de la boîte ? **8 m**

7. a) Détermine le périmètre de chaque polygone.

   b) Suppose que les longueurs des côtés de chaque polygone sont doublées. Qu'arrive-t-il à chaque périmètre ? Explique ta réponse.
   Il double.

8. Ton enseignante ou ton enseignant te fournira une copie agrandie de ces polygones réguliers.
   a) Détermine le périmètre de chaque polygone et note-le.
   b) Quel lien existe-t-il entre le périmètre d'un pentagone régulier et le nombre de ses côtés ? Écris une formule pour déterminer le périmètre d'un polygone régulier.

9. Saki a une voiture téléguidée. Elle inscrit sa voiture à une course. La piste de course ressemble à un rectangle.
   a) Utilise une formule pour déterminer le périmètre de la piste. **48 m**
   b) Suppose que la voiture fait 8 tours. Quelle distance a-t-elle parcourue ? **384 m**

Réfléchis

Quel est le lien entre la longueur des côtés d'un polygone et son périmètre ? Utilise des exemples pour l'expliquer.

ÉVALUATION AU SERVICE DE L'APPRENTISSAGE

Ce qu'il faut observer

Compréhension des concepts

✔ Les élèves écrivent des règles et des formules pour calculer le périmètre de certains polygones.

✔ Les élèves expliquent comment le périmètre de tout polygone peut être déterminé.

✔ Les élèves établissent le lien entre le périmètre d'un polygone régulier et son nombre de côtés.

Savoir procédural

✔ Les élèves déterminent le périmètre d'un polygone.

Que faire si ce n'est pas le cas

Adapter l'enseignement

Demandez aux élèves de tracer le contour d'un polygone sur le plancher à l'aide de ruban-cache. Invitez-les à marcher le long de cette figure pour « expérimenter » ce qu'est le périmètre.

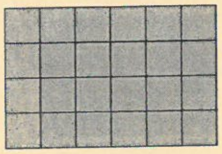
Demandez aux élèves de déterminer, à l'aide d'un mètre à ruban, le périmètre du dessus de leur pupitre et d'autres objets de la classe dont les faces sont des polygones. Demandez-leur d'écrire une règle et une formule pour déterminer le périmètre de chacun de ces polygones, lorsque cet exercice est possible.

Invitez les élèves à expliquer pourquoi la multiplication de la longueur d'un côté par le nombre de côtés ne peut être utilisée que dans le cas de polygones réguliers.

LEÇON

8 L'aire d'un rectangle

Quelle est l'aire de ce rectangle ? 24 cm²
Comment l'as-tu déterminée ?



Explore

Tu as besoin de papier quadrillé à 1 cm.

- Trace un rectangle de 2 cm sur 3 cm. Détermine l'aire de ce rectangle. 6 cm²
- Suppose que la longueur du rectangle double. Prédis l'aire du nouveau rectangle. Vérifie ta prédiction. 12 cm²
- Suppose que la largeur du rectangle de départ double. Prédis l'aire du nouveau rectangle. Vérifie ta prédiction. 12 cm²
- Suppose que la longueur et la largeur doublent. Prédis l'aire du nouveau rectangle. Vérifie ta prédiction. 24 cm²
- Compare l'aire de chaque nouveau rectangle à l'aire du rectangle de départ.
- Écris une règle pour calculer l'aire d'un rectangle. Écris la règle sous la forme d'une formule. Utilise cette formule pour vérifier l'aire des rectangles que tu as tracés.

***Qu'as-tu* trouvé ?**

Montre ton travail à deux autres élèves. Comparez vos formules. Selon toi, qu'arrive-t-il à l'aire d'un rectangle quand sa longueur triple ? quand sa largeur triple ? quand sa longueur et sa largeur triplent ? Comment peux-tu utiliser ta formule pour le déterminer ?

I Développer et appliquer une formule pour déterminer l'aire d'un rectangle. 231

LEÇON 8

L'aire d'un rectangle

LA LEÇON EN BREF (de 80 à 100 min)

Objectif du programme : Développer et appliquer une formule pour déterminer l'aire d'un rectangle. (6FE3)

Matériel pour l'enseignement
- transparent de la *FRO 23 : Papier quadrillé à 1 cm*

Matériel de l'élève
- *FRO 23 : Papier quadrillé à 1 cm*
- *FRO 21 : Tableau à 4 colonnes*

Facultatif
- *FR 6.17 : Étape par étape 8*
- *FR 6.42 : Exercices supplémentaires 8*

Vocabulaire : l'aire

Évaluation : *FRÉ 6.2 : Observation continue : La géométrie et la mesure*

6.4.L

Notion clé

L'aire d'un rectangle peut être calculée à l'aide de la formule $A = L \times \ell$, où A est l'aire du rectangle, L est sa longueur et ℓ, sa largeur.

AVANT — Entrée en matière

Invitez les élèves à examiner le rectangle au haut de la page 231 de leur manuel. Posez-leur les questions suivantes :

- Qu'est-ce que l'aire ? (*C'est le nombre d'unités carrées nécessaires pour couvrir une figure.*)
- Quelle est l'aire du rectangle ? (*24 unités carrées*) Comment l'avez-vous trouvée ? (*J'ai compté les unités carrées.*)
- De quelle autre façon pouvez-vous trouver l'aire du rectangle ? (*Je peux multiplier. Il y a 4 rangées de 6 carrés, et $4 \times 6 = 24$. L'aire du rectangle est de 24 unités carrées.*)
- Quelle est la longueur de côté de chaque carré du quadrillage ? (*1 cm*)
- Quelle est l'aire de chaque carré du quadrillage ? (*1 centimètre carré*)
- De quelle autre façon pouvez-vous décrire l'aire du rectangle ? (*24 centimètres carrés*)

Rappelez aux élèves que 24 centimètres carrés peut s'écrire ainsi : 24 cm².

- Quel est le périmètre du rectangle ? (*20 cm*) Comment l'avez-vous déterminé ? (*J'ai additionné les longueurs des côtés : 6 cm + 4 cm + 6 cm + 4 cm = 20 cm.*)

Présentez la rubrique **Explore.** Distribuez la *FRO 23 : Papier quadrillé à 1 cm* aux équipes de deux élèves. Assurez-vous que les élèves comprennent qu'ils doivent tracer chaque nouveau rectangle sur le papier quadrillé. Suggérez-leur d'indiquer les dimensions sur chaque rectangle.

PENDANT — Explore

Évaluation continue : Observer et écouter

Posez les questions suivantes aux élèves :

- Quelle est l'aire du premier rectangle ? (*6 cm²*) Comment l'avez-vous trouvée ? (*J'ai compté les carrés. Le premier rectangle contient six carrés de 1 cm de côté.*)

AUTREMENT DIT

Explore autrement

Matériel : des carreaux de couleur ou des carrés en papier congruents

Invitez les élèves à construire un rectangle en utilisant des carreaux de couleur. Invitez des volontaires à nommer la longueur, la largeur et l'aire de leur rectangle. Notez ces mesures dans un tableau. Demandez aux élèves de chercher une régularité dans le tableau. Écrivez au tableau : **aire = longueur × largeur**. Demandez aux élèves d'expliquer pourquoi cette formule fonctionne. (*La longueur est le nombre d'unités carrées par rangée. Multiplier la longueur par la largeur donne le nombre total d'unités carrées.*)

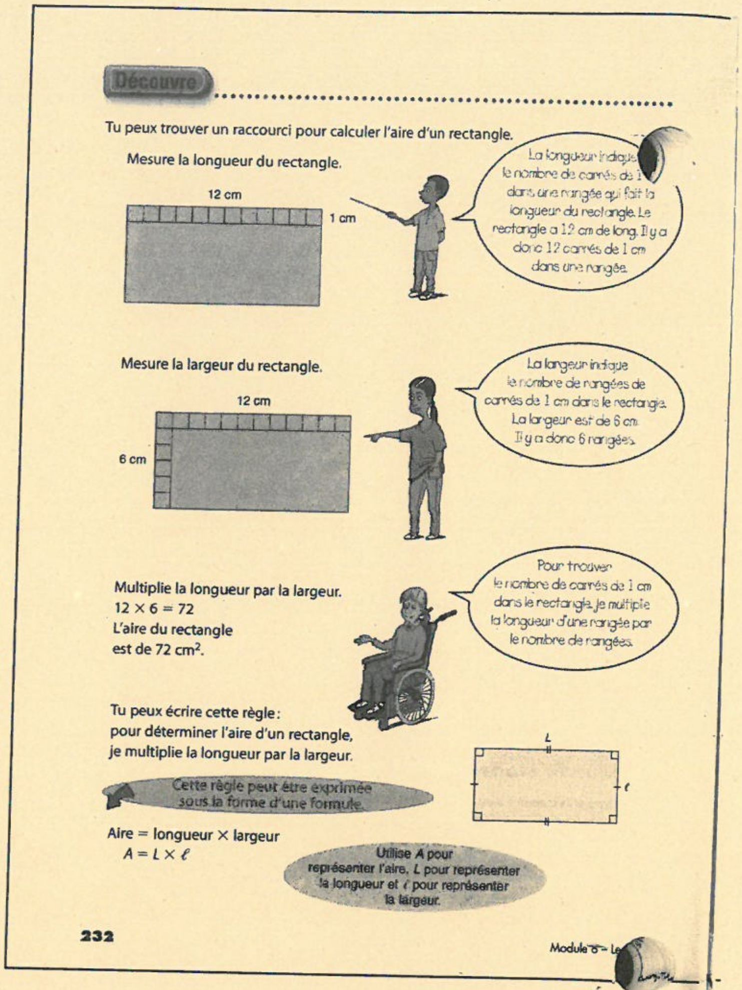
Approfondissement

Invitez les élèves à mesurer la longueur et la largeur du dessus d'un pupitre ou d'une table, puis à utiliser ces dimensions pour déterminer l'aire.

Erreur fréquente

➤ Les élèves trouvent l'aire d'un rectangle à l'aide d'une formule, mais ils sont incapables d'expliquer pourquoi cela fonctionne.

Que faire ? Rappelez aux élèves les matrices utilisées pour représenter des produits. Tracez un rectangle sur du papier quadrillé à 1 cm. Dites aux élèves que le rectangle est une matrice de carrés. Invitez-les à décrire la matrice (par exemple, 6 rangées de 4 carrés = 24). Répétez l'exercice en utilisant d'autres rectangles.



Découvre

Tu peux trouver un raccourci pour calculer l'aire d'un rectangle.

Mesure la longueur du rectangle.

Mesure la largeur du rectangle.

Multiplie la longueur par la largeur.
$12 \times 6 = 72$
L'aire du rectangle est de 72 cm^2.

Tu peux écrire cette règle : pour déterminer l'aire d'un rectangle, je multiplie la longueur par la largeur.

Cette règle peut être exprimée sous la forme d'une formule.

Aire = longueur × largeur
$A = L \times \ell$

Utilise *A* pour représenter l'aire, *L* pour représenter la longueur et *ℓ* pour représenter la largeur.

232 Module 6 – Le

- De quelle longueur est le deuxième rectangle ? (*4 cm*) Pourquoi ? (*Parce que doubler revient à multiplier par deux, et 2 × 2 cm = 4 cm.*)
- Selon vous, quelle sera l'aire du deuxième rectangle ? (*Je crois que l'aire sera de 12 cm². Le deuxième rectangle a 3 rangées de 4 carrés, et 3 × 4 = 12.*)
- De quelle largeur est le troisième rectangle ? (*6 cm, parce 2 × 3 cm = 6 cm.*)
- Selon vous, quelle sera l'aire du troisième rectangle ? (*Je crois que l'aire sera de 12 cm². Le troisième rectangle a 6 rangées de 2 carrés, et 6 × 2 = 12.*)
- Selon vous, qu'arrivera-t-il à l'aire si vous doublez la longueur et la largeur ? (*Je crois que l'aire va doubler ou tripler.*)
- Combien de rangées de carrés y a-t-il dans le quatrième rectangle ? (*6*) Combien de carrés y a-t-il dans chaque rangée ? (*4*)
- Quelle est l'aire ? (*24 cm²*)
- Votre prédiction était-elle juste ? (*Non. L'aire du rectangle est 4 fois celle du rectangle initial.*)
- Quelle règle avez-vous écrite pour l'aire d'un rectangle ? (*Multiplier la longueur par la largeur.*)

APRÈS — Découvre

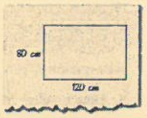
Invitez des volontaires à décrire la longueur, la largeur et l'aire de chaque rectangle. Au tableau, notez les mesures dans un tableau.

Longueur (cm)	Largeur (cm)	Aire (cm^2)
2	3	6
4	3	12
2	6	12
4	6	24

Posez les questions suivantes aux élèves :

- Comment l'aire du rectangle de 4 sur 3 se compare-t-elle à l'aire du rectangle de 2 sur 3 ? (*Elle est doublée.*)

Éric a construit une niche pour son chien.
Le plancher de la niche est un rectangle. Les dimensions du plancher sont de 80 cm sur 120 cm.



Tu peux utiliser la formule de l'aire d'un rectangle pour déterminer l'aire du plancher de la niche.

$A = L \times \ell$
$= 120 \times 80$
$= 9\,600$

L'aire du plancher de la niche est de 9 600 cm^2.

À ton tour

1. Détermine l'aire de chaque rectangle.

a) 3 cm, 5 cm — **15 cm^2**

b) 18 mm, 10 mm — **180 mm^2**

c) 15 m, 7 m — **105 m^2**

2. Selon toi, lequel de ces rectangles possède l'aire la plus grande ?
Fais une estimation, puis vérifie-la à l'aide d'une formule.
Ordonne les aires de la plus petite à la plus grande.
Comment cet ordre se compare-t-il à ta prédiction ?

a) 0,8 km, 1 km

b) 2 km, 0,5 km

c) 0,7 km, 1 km

3. Reproduis ce tableau et complète-le.

Rectangle	Longueur (cm)	Largeur (cm)	Aire (cm^2)
A	7	5	~~?~~ 35
B	~~?~~ 2,1	6	12,6
C	3	~~?~~ 4,5	13,5
D	5,3	7	~~?~~ 37,1

Quelle stratégie as-tu utilisée chaque fois pour trouver le nombre manquant ?

Module 6 – Leçon 8 **233**

Solutions

2. Je crois que l'aire du rectangle en b) est la plus grande.
   a) Estimation : 1 km × 1 km = 1 km^2
   Aire réelle : 0,8 km^2
   b) Estimation : 2 km × 1 km = 2 km^2
   Aire réelle : 1 km^2
   c) Estimation : 1 km × 1 km = 1 km^2
   Aire réelle : 0,7 km^2
   Les aires de la plus petite à la plus grande : 0,7 km^2, 0,8 km^2, 1 km^2
   Ma prédiction était juste.
3. Je multiplie la longueur par la largeur pour trouver l'aire inconnue.
   Je divise l'aire par la mesure connue pour trouver la longueur ou la largeur inconnue.
4. J'ai trouvé un nombre qui donne 56 lorsqu'il est multiplié par 8.
   8 × ? = 56
   Puisque 8 × 7 = 56, l'enclos a une largeur de 7 m.

   56 m^2 — ? — 8 m

5. **a)**
   16 m, 2 m — 32 m^2
   14 m, 4 m — 56 m^2
   11 m, 7 m — 77 m^2

- **Qu'arrive-t-il lorsque vous doublez la largeur ?** (*L'aire double.*)
- **Qu'arrive-t-il lorsque vous doublez la largeur et la longueur ?** (*L'aire est 4 fois celle du rectangle initial.*)

Écrivez aire = longueur × largeur au tableau. Invitez des volontaires à écrire cette règle en tant que formule ($A = L \times \ell$). Posez les questions suivantes aux élèves :

- **Supposez qu'on triple la longueur ou la largeur du rectangle initial de la rubrique Explore. Quelle sera l'aire du nouveau rectangle ?** (*Elle sera de 18 cm^2. La nouvelle aire égale [3 × longueur] × largeur ou longueur × [3 × largeur]. Alors, la nouvelle aire est le triple de l'aire initiale.*)
- **Qu'arriverait-il à l'aire si on triplait la longueur et la largeur ?** (*L'aire serait de 54 cm^2. La nouvelle aire égalerait [3 × longueur] × [3 × largeur]. Alors, la nouvelle aire serait 9 fois l'aire initiale.*)

Présentez la rubrique **Découvre**. Assurez-vous que les élèves comprennent qu'ils doivent toujours accompagner leur réponse de la bonne unité de mesure. L'aire est mesurée en unités carrées.

À ton tour

Évaluation : Question 5

Les élèves devraient voir que le périmètre de chaque potager sera de 36 m. Pour trouver les diverses possibilités, les élèves doivent trouver des paires de nombres dont les doubles ont une somme égale à 36. Tenant pour acquis que les mesures de côté sont des nombres naturels, les élèves devraient montrer 3 solutions ou plus et être en mesure d'expliquer pourquoi 9 réponses sont possibles.

Les élèves peuvent faire l'activité supplémentaire de la *FR 6.10 : Calculer le périmètre et l'aire.*

Les élèves qui ont besoin d'un soutien complémentaire peuvent utiliser la *FR 6.17 : Étape par étape 8* pour répondre à la question d'évaluation.

b) Je peux trouver 9 réponses dont les mesures des côtés sont des nombres naturels. La somme de la longueur et de la largeur de chaque rectangle doit être de 18 m.
1 m sur 17 m ; 2 m sur 16 m ; 3 m sur 15 m ; 4 m sur 14 m ; 5 m sur 13 m ; 6 m sur 12 m ; 7 m sur 11 m ; 8 m sur 10 m ; 9 m sur 9 m
(Rappelez aux élèves que les rectangles de 1 m sur 17 m et de 17 m sur 1 m sont identiques, mais que leurs orientations sont différentes.)

7. J'ai trouvé un nombre qui donne 50 lorsque je le multiplie par 2.
$? \times 2 = 50$
Puisque $25 \times 2 = 50$, la longueur de clôture que Hailey pourra teindre est de 25 m.

8. Puisque la longueur et la largeur d'un carré sont égales, la formule de l'aire d'un carré est $A = c \times c$.

9. J'ai trouvé un nombre qui donne 28,8 lorsque je le multiplie par 4.
$? \times 4 = 28{,}8$
J'ai utilisé la division correspondante pour trouver le nombre.
$28{,}8 \div 4 = 7{,}2$. Alors, la longueur du rectangle est de 7,2 cm.

10. L'aire du rectangle B égale $40\ cm^2 \div 2 = 20\ cm^2$.
La longueur du rectangle B est de 8 cm.
Je divise pour trouver la largeur du rectangle B :
$20 \div 8 = 2{,}5$.
Alors, la largeur du rectangle B est de 2,5 cm.

RÉFLÉCHIS : Je peux utiliser la formule de l'aire d'un rectangle pour mesurer la quantité de moquette nécessaire pour une pièce. Je détermine la longueur et la largeur de la pièce, puis je multiplie ces mesures. La réponse me donne le nombre de mètres carrés de moquette dont j'ai besoin.

---

4. Le chien de Harry a un enclos rectangulaire. La longueur de l'enclos est de 8 m. L'aire de l'enclos est de 56 m². Quelle est la largeur de l'enclos ? Fais un dessin. Comment peux-tu montrer ton raisonnement à l'aide d'un énoncé numérique ? **7 m**

5. Lena a utilisé 36 m de clôture pour entourer le potager rectangulaire situé sur sa ferme de Battleford, en Saskatchewan.
   a) Dessine des rectangles possibles et indique les longueurs des côtés. Quelle est l'aire de la section clôturée dans chaque cas ?
   b) Combien de réponses peux-tu trouver ?

6. Une bannière pour les Jeux olympiques de Vancouver de 2010 a une longueur de 226 cm et une largeur de 72 cm. Quelle est l'aire de la bannière ? **16 272 cm²**

7. Hailey a acheté un pot de teinture pour une clôture. La teinture couvrira 50 m². La clôture a une hauteur de 2 m. Quelle longueur de clôture Hailey pourra-t-elle teindre avant de manquer de teinture ? Comment l'as-tu trouvée ? **25 m**

8. Un carré a une longueur de côté c. Écris une formule de l'aire du carré.

9. Le Festival du Voyageur a lieu à Saint-Boniface, au Manitoba, en février. Le logo du festival contient un rectangle rouge. Après avoir agrandi le logo, le rectangle a une largeur de 4 cm et une aire de 28,8 cm². Quelle est la longueur du rectangle ? **7,2 cm** Comment l'as-tu déterminé ?

10. Le rectangle A a une aire de 40 cm² et une longueur de 8 cm. L'aire du rectangle B est la moitié de l'aire du rectangle A. Les rectangles ont la même longueur. Quelle est la largeur du rectangle B ? **2,5 cm**

Réfléchis

Quand pourrais-tu utiliser la formule de l'aire d'un rectangle à l'extérieur de la classe ?

234 ÉVALUATION | Question 5 Module 6 – Le…

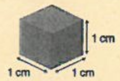
ÉVALUATION AU SERVICE DE L'APPRENTISSAGE

Ce qu'il faut observer	Que faire si ce n'est pas le cas
Compréhension des concepts ✔ Les élèves établissent une règle pour déterminer l'aire d'un rectangle et expliquent pourquoi la règle fonctionne. ✔ Les élèves expliquent un avantage d'utiliser une formule. ***Savoir procédural*** ✔ Les élèves calculent l'aire d'un rectangle à l'aide d'une formule. ***Aptitude à résoudre des problèmes*** ✔ Les élèves résolvent des problèmes à l'aide de la formule d'aire d'un rectangle.	***Questionner davantage*** Pendant que les élèves travaillent la question 4, posez-leur les questions suivantes : • Quelle est l'aire de l'enclos ? Quelle est sa longueur ? • Quelles sont les 2 mesures qu'il faut multiplier pour trouver l'aire d'un rectangle ? • Par quel nombre faut-il multiplier 8 pour obtenir 56 ? • Quelle est la largeur de l'enclos ? ***Adapter l'enseignement*** Invitez les élèves à construire tous les rectangles possibles à l'aide de 12 carreaux de couleur ou carrés en papier congruents. Les élèves déterminent l'aire de chaque rectangle à l'aide d'une formule. Invitez les élèves à choisir 3 livres de grandeurs différentes. Les élèves mesurent la longueur et la largeur de la couverture de chaque livre, puis ils déterminent son aire à l'aide d'une formule.

LEÇON 9

Le volume d'un prisme
à base rectangulaire

Un centimètre cube a une longueur, une largeur et une hauteur de 1 cm. Quel est son volume? **1 cm^3**



Explore

Tu as besoin de 2 boîtes vides et de centicubes.

- Choisis une boîte. Estime le nombre de centicubes que la boîte peut contenir.
- Remplis le fond de la boîte d'une couche de cubes.
  Combien de cubes as-tu utilisés pour former cette couche?
  Combien de couches la boîte peut-elle contenir?
  Comment le sais-tu?
- Combien de cubes la boîte peut-elle contenir au total?
  Décris comment tu as déterminé la réponse.
  Écris ta réponse sur la boîte.
- Sans remplir la deuxième boîte complètement, trouve combien de cubes elle peut contenir.
  Décris la stratégie que tu as utilisée.
  Vérifie ta réponse à l'aide de cubes.

***Qu'as-tu* trouvé ?**

Présente tes boîtes à la classe.
Comment peux-tu déterminer le volume d'une boîte sans la remplir complètement? Ta réponse sera-t-elle exacte? Explique pourquoi. Comment peux-tu déterminer le volume d'une boîte sans la remplir complètement?

OBJECTIF | Développer et utiliser une formule pour déterminer le volume d'un prisme à base rectangulaire.

235

LEÇON 9

Le volume d'un prisme à base rectangulaire

LA LEÇON EN BREF (de 80 à 100 min)

Objectif du programme : Développer et utiliser une formule pour déterminer le volume d'un prisme à base rectangulaire. (6FE3)

Matériel pour l'enseignement
- centicubes

Matériel de l'élève
- boîtes vides
- centicubes
- calculatrice

Facultatif
- *FR 6.18 : Étape par étape 9*
- *FR 6.43 : Exercices supplémentaires 9*

Vocabulaire : un prisme à base rectangulaire, le volume, une base

Évaluation : *FRÉ 6.2 : Observation continue : La géométrie et la mesure*

6.K.M.

Notions clés

1. Le volume d'un objet est la mesure de l'espace qu'il occupe.
2. On peut déterminer le volume d'un prisme à base rectangulaire en utilisant une formule.

AVANT — Entrée en matière

Montrez un centicube aux élèves. Posez-leur les questions suivantes :

- Comment un cube est-il différent d'un carré ? (*Un carré a deux dimensions : la longueur et la largeur. Un cube a trois dimensions : la longueur, la largeur et la hauteur.*)
- Comment pouvez-vous décrire ce cube ? (*Il a 6 faces carrées congruentes, 8 sommets et 12 arêtes.*)
- Qu'est-ce que le volume ? (*La quantité d'espace occupé par un objet*)
- Comment exprimons-nous le volume ? (*En unités cubes*)
- Quel est le volume de ce cube ? (*Un centimètre cube ou 1 cm^3*)

Rappelez aux élèves le travail sur le volume qu'ils ont fait en 5^e année. Les élèves ont appris qu'un centimètre cube a un volume de 1 cm^3. Ils ont aussi vu le symbole du centimètre cube.

Présentez la rubrique **Explore**. Rappelez aux élèves de prédire le nombre de centimètres cubes que peut contenir chaque boîte avant de déterminer le nombre réel. Assurez-vous que les élèves comprennent qu'ils ne devraient pas remplir entièrement chaque boîte pour déterminer le volume.

PENDANT — Explore

Évaluation continue : Observer et écouter

Posez les questions suivantes aux élèves :

- Comment avez-vous procédé pour remplir le fond de la boîte d'une couche de cubes ? (*J'ai formé une rangée de cubes d'un côté à l'autre du fond de la boîte. Ensuite, j'ai ajouté des rangées de cubes, chacune ayant le même nombre de cubes que la première rangée, jusqu'à ce que le fond de la boîte soit rempli.*)
- La couche de cubes remplit-elle exactement le fond de la boîte ? (*Non. Il reste un peu d'espace. L'espace était trop petit pour y placer une autre rangée de cubes.*)

AUTREMENT DIT

Explore autrement

Matériel : centicubes

Les élèves travaillent en équipes de deux. Ils construisent divers prismes à base rectangulaire dont le volume est de 36 cm^3. Les élèves trouvent la longueur, la largeur et la hauteur de chaque prisme. Ils découvrent comment ces nombres sont liés au volume du prisme. Ils écrivent ensuite la formule du volume de tout prisme à base rectangulaire, dont on connaît la longueur, la largeur et la hauteur.

Approfondissement

Dans la classe, les élèves trouvent 4 prismes à base rectangulaire différents. Ils déterminent leur volume, puis les ordonnent du plus petit au plus grand volume.

Erreur fréquente

➤ Les élèves inscrivent des dimensions différentes pour les arêtes congruentes.

Que faire ? Demandez aux élèves d'identifier un sommet du prisme. Mettez l'accent sur le fait que trois arêtes se rencontrent en un sommet. Invitez les élèves à nommer une arête « longueur », une arête « largeur » et une arête « hauteur ».

Soutien complémentaire : Langue

Invitez les élèves à dessiner un prisme à base rectangulaire dans leur cahier de notes, puis à y inscrire les dimensions « longueur », « largeur » et « hauteur ». Les élèves peuvent se référer à leur dessin lorsqu'ils répondent aux questions de la rubrique **À ton tour.**

Découvre

Un prisme à base rectangulaire a une longueur de 10 cm, une largeur de 5 cm et une hauteur de 6 cm.

La longueur est de 10 cm. C'est une rangée de 10 cubes. Volume de 1 rangée = 10 cm^3

La largeur est de 5 cm. Cinq rangées de 10 cubes forment une couche de 50 cubes. Volume de 1 couche = 5 × 10 cm^3 = 50 cm^3

La hauteur est de 6 cm. Six couches de 50 cubes représentent un volume de 300 cubes. Volume de 6 couches = 6 × 50 cm^3 = 300 cm^3

Utilise ces descriptions pour établir une formule afin de calculer le volume d'un prisme à base rectangulaire.

Volume en centimètres cubes
= nombre de cubes de 1 cm dans chaque couche × nombre de couches

Le nombre de cubes de chaque couche est égal à l'aire de la base du prisme. C'est la longueur multipliée par la largeur.

Le nombre de couches est égal à la hauteur du prisme

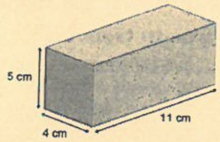
Donc, volume = aire de la base × hauteur
Voici une autre façon d'écrire la formule :
Volume = longueur × largeur × hauteur
$V = L \times \ell \times h$

Utilise V pour représenter le volume, L pour représenter la longueur, ℓ pour représenter la largeur et h pour représenter la hauteur.

➤ Tu peux utiliser la formule pour déterminer le volume d'un prisme à base rectangulaire de 11 cm de longueur, de 4 cm de largeur et de 5 cm de hauteur.

$V = L \times \ell \times h$
$= 11 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$
$= 44 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm}$
$= 220 \text{ cm}^3$

Le volume du prisme est de 220 cm^3.



236 Module 6 – Leç

- Comment savez-vous combien de couches peuvent entrer dans la boîte ? (*J'ai empilé des cubes jusqu'à ce qu'ils atteignent la hauteur de la boîte. Il a fallu 7 cubes ; la boîte peut donc contenir 7 couches de cubes.*)
- Comment avez-vous trouvé le nombre de cubes que la boîte peut contenir ? (*J'ai multiplié le nombre de cubes de la couche du fond par le nombre de couches qui peuvent entrer dans la boîte.*)

APRÈS Découvre

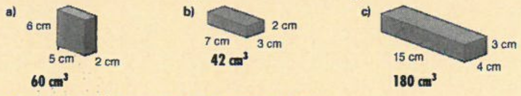
Invitez des volontaires à présenter leurs stratégies d'estimation et à expliquer comment ils ont trouvé le nombre de centicubes que chaque boîte peut contenir.

Posez les questions suivantes aux élèves :

- Comment avez-vous utilisé le nombre de cubes qui entrent dans la première boîte pour estimer le nombre de cubes qui entrent dans la deuxième boîte ? (*La deuxième boîte a environ la moitié de la taille de la première boîte. Alors, j'ai estimé que la moitié du nombre de cubes pouvant être contenus dans la première boîte peut entrer dans la deuxième boîte.*)
- Avez-vous dénombré chaque cube pour déterminer le nombre total de cubes que chaque boîte peut contenir ? (*Non. J'ai multiplié le nombre de cubes dans une couche par le nombre de couches pour trouver le nombre total de cubes.*)
- Quel est le volume de la première boîte ? Comment le savez-vous ? (*La boîte peut contenir trois cent trente-six cubes. Le volume d'un cube est de 1 cm^3, et le nombre de cubes dans la boîte représente le volume de la boîte ; le volume de la première boîte est donc de 336 cm^3.*)
- Votre réponse est-elle exacte ? Pourquoi ? (*Non. Les cubes ne s'inséraient pas parfaitement dans la boîte. Il y avait de l'espace libre. Alors, le volume réel est plus grand que le nombre total de cubes.*)

À ton tour

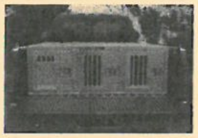
1. Détermine le volume de chaque prisme à base rectangulaire.



2. Estime, puis calcule le volume de chaque prisme à base rectangulaire selon ses dimensions :

	Longueur (cm)	Largeur (cm)	Hauteur (cm)	
a)	6	2	2	**24 cm^3**
b)	9	4	7	**252 cm^3**
c)	18	9	12	**1 944 cm^3**
d)	30	15	6	**2 700 cm^3**

3. Une camionnette comporte un coffre qui sert au transport de chiens, de traîneaux et du matériel nécessaire pour une course. Le coffre peut contenir 3 chiens. Il mesure 117 cm de long, 97 cm de large et 61 cm de haut. Chaque compartiment à chien mesure 38 cm de longueur, 97 cm de largeur et 46 cm de hauteur. **169 556 cm^3**



   a) Quel est le volume de chaque compartiment à chien ?
   b) Quel est le volume du coffre qui ne sert pas à contenir un chien ? Comment l'as-tu déterminé ? **183 621 cm^3**

4. À l'époque de la chasse au bison, les Métis utilisaient une charrette en bois pour transporter la viande et la fourrure des bisons. Habituellement, un bœuf tirait la charrette. Le dessus de cette charrette a la forme d'un prisme à base rectangulaire qui a un volume de 1 350 000 cm^3. L'aire de sa base est d'environ 13 500 cm^2. Quelle est environ la hauteur du dessus de la charrette ? Quelle stratégie as-tu utilisée pour trouver la réponse ?
Environ 100 cm

Module 6 – Leçon 9 **237**

Solutions

2. Les estimations varient.
   a) Estimation : $5 \times 2 \times 2 = 10$ cm^3
   b) Estimation : $10 \times 4 \times 7 = 280$ cm^3
   c) Estimation : $20 \times 9 \times 12 = 2\ 160$ cm^3
   d) Estimation : $30 \times 15 \times 5 = 2\ 250$ cm^3
3. a) $38 \times 97 \times 46 = 169\ 556$; le volume de chaque compartiment à chien est de 169 556 cm^3.
   b) J'ai trouvé le volume du coffre, puis j'ai soustrait 3 fois le volume d'un compartiment à chien. Le volume du coffre est :
   117 cm × 97 cm × 61 cm = 692 289 cm^3
   692 289 cm^3 − 169 556 cm^3 − 169 556 cm^3 − 169 556 cm^3 = 183 621 cm^3
   Le volume du coffre qui ne sert pas à contenir un chien est de 183 621 cm^3.
4. La hauteur du dessus de la charrette est d'environ 100 cm.
   J'ai divisé le volume du prisme par l'aire de sa base :
   $1\ 350\ 000 \div 13\ 500 = 100$
5. J'ai d'abord trouvé l'aire de la base : 9 cm × 5 cm = 45 cm^2.
   Je sais que le volume est égal à l'aire de la base multipliée par la hauteur.
   Alors, j'ai trouvé un nombre dont le produit, lorsqu'il est multiplié par 45, est de 90. Puisque $45 \times 2 = 90$, la hauteur du prisme est de 2 cm.
6. a) Je sais que le volume est égal à l'aire de la base multipliée par la hauteur.
   Alors, j'ai trouvé un nombre dont le produit, lorsqu'il est multiplié par 16, est de 192. Puisque $16 \times 12 = 192$, l'aire de la base est de 12 cm^2.

Voyez la rubrique Découvre avec les élèves. Assurez-vous que ces derniers comprennent que l'aire de la base rectangulaire d'un prisme est le produit de sa longueur et de sa largeur.

Pour que les élèves comprennent mieux la formule du volume d'un prisme à base rectangulaire, invitez-les à déterminer le volume d'une boîte de 21 cm de longueur, de 4 cm de largeur et de 5 cm de hauteur. (*Réponse : 420 cm^3*)

Posez les questions suivantes aux élèves :

- **Comment pouvez-vous déterminer le volume à l'aide du calcul mental ? (*Je dois multiplier 21 × 4 × 5. Je multiplie d'abord 4 × 5, ce qui donne 20. Ensuite, je multiplie 20 × 21 comme ceci : 10 × 2 × 21, c'est-à-dire 10 × 42, ce qui égale 420.*)**
- **Est-ce que le volume d'un prisme à base rectangulaire dont la longueur est de 21 cm, la largeur, de 4 cm et la hauteur, de 5 cm est le même que celui d'un prisme à base rectangulaire dont la longueur est de 4 cm, la largeur, de 21 cm et la hauteur, de 5 cm ? Pourquoi ? (*Oui. Ces prismes sont identiques. Leur orientation est différente, mais ils occupent le même espace.*)**

À ton tour

La question 3 requiert une calculatrice.

Évaluation : Question 6

Les élèves devraient reconnaître que le volume d'un prisme est égal à l'aire de la base multipliée par la hauteur. La hauteur et le volume étant donnés, les élèves doivent diviser le volume par la hauteur pour obtenir l'aire de la base.

Les élèves doivent comprendre qu'il faut chercher d'autres paires de nombres dont le produit égale 192 pour trouver d'autres mesures possibles de la hauteur et de l'aire de la base. Les élèves qui sont forts en mathématiques peuvent inclure des mesures décimales telles que 19,2 cm et 10 cm^2.

Les élèves qui ont besoin d'un soutien complémentaire peuvent utiliser la *FR 6.18 : Étape par étape 9* pour répondre à la question d'évaluation.

b) Par exemple : hauteur : 2 cm, aire de la base : 96 cm^2 ; hauteur : 3 cm, aire de la base : 64 cm^2 ; hauteur : 4 cm, aire de la base : 48 cm^2 ; hauteur : 6 cm, aire de la base : 32 cm^2 ; hauteur : 8 cm, aire de la base : 24 cm^2.
J'ai trouvé des paires de nombres dont le produit est 192.

7. b) Le volume du morceau de fromage égale :
$9{,}0\ cm \times 2{,}0\ cm \times 0{,}5\ cm = 9\ cm^3$
Puisque $9\ cm^3 < 15\ cm^3$, le morceau de fromage est plus petit qu'une portion.

8. b) $52\,500 \div 750 = 70$

c) Il y a deux façons possibles lorsque la hauteur de chaque couche est de 5 cm : l'une utilise 54 pièces, l'autre, 60 pièces. Il y a deux façons possibles lorsque la hauteur de chaque couche est de 10 cm : l'une utilise 60 pièces et l'autre, 63 pièces. Il y a deux façons possibles lorsque la hauteur de chaque couche est de 15 cm : l'une utilise 60 pièces et l'autre, 70 pièces.

d) Il y a seulement une façon de faire entrer 70 pièces dans la boîte. Les autres façons laissent des espaces, et les 70 pièces ne peuvent pas toutes entrer dans la boîte.

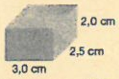
e) La meilleure façon est d'orienter les pièces de façon à insérer les longueurs de 10 cm le long de l'arête de 50 cm, les longueurs de 5 cm le long de l'arête de 35 cm et les longueurs de 15 cm le long de l'arête de 30 cm. De cette façon, les pièces remplissent entièrement la boîte.

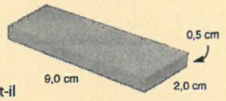
RÉFLÉCHIS : Le volume d'un prisme à base rectangulaire est le produit de sa longueur par sa largeur par sa hauteur. La longueur par la largeur donne le nombre de cubes dans une couche, et la hauteur par le nombre de cubes dans une couche donne le nombre total de cubes, c'est-à-dire le volume.

5. Un prisme à base rectangulaire a un volume de 90 cm^3.
Le prisme a une longueur de 9 cm et une largeur de 5 cm.
Quelle est sa hauteur ? Comment le sais-tu ? **2 cm**

6. Un prisme à base rectangulaire a un volume de 192 cm^3.
   a) Le prisme a une hauteur de 16 cm.
   Quelle est l'aire de sa base ? Comment le sais-tu ? **12 cm^2**
   b) Le prisme à base rectangulaire pourrait avoir d'autres dimensions. Quelles sont les autres mesures possibles de la hauteur et de l'aire de la base ? Quelle stratégie as-tu utilisée pour le savoir ?

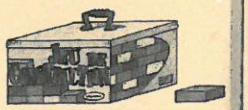
7. Le *guide alimentaire canadien* recommande de manger de 2 à 4 portions de produits laitiers chaque jour.
   a) Ce morceau de fromage représente 1 portion de produit laitier.
   Quel est son volume ? **15 cm^3**





   b) Le morceau de fromage à droite représente-t-il environ une portion ? Comment le sais-tu ? **Moins d'une portion**

8. Chaque pièce d'un jeu de construction a 15 cm de longueur, 10 cm de largeur et 5 cm de hauteur. Suppose que tu ranges les pièces dans une boîte qui a 50 cm de longueur, 35 cm de largeur et 30 cm de hauteur.



Pièce : 750 cm^3
Boîte : 52 500 cm^3
   a) Quel est le volume de chaque pièce ? de la boîte ?
   b) Pense seulement au volume.
   Selon toi, combien de pièces peuvent entrer dans la boîte ? **70 pièces**
   c) Suppose que tu ranges les pièces en couches. De combien de façons peux-tu ranger les pièces en couches ? Combien de pièces peuvent entrer dans la boîte de chacune de ces façons ? **6 façons**
   d) Compare les réponses aux parties b) et c).
   Explique toute différence.
   e) Quelle est la meilleure façon de ranger les pièces ? Explique ta réponse.

Réfléchis

Explique pourquoi le volume d'un prisme à base rectangulaire est le produit de sa longueur, de sa largeur et de sa hauteur. Inclus un dessin.

ÉVALUATION AU SERVICE DE L'APPRENTISSAGE

Ce qu'il faut observer

Compréhension des concepts
- ✔ Les élèves expliquent que le volume est la quantité d'espace occupé par un objet.
- ✔ Les élèves développent une formule pour déterminer le volume d'un prisme à base rectangulaire.

Savoir procédural
- ✔ Les élèves déterminent le volume d'un prisme à base rectangulaire à l'aide d'une formule.

Aptitude à résoudre des problèmes
- ✔ Les élèves résolvent des problèmes comportant des volumes de prismes à base rectangulaire.

Que faire si ce n'est pas le cas

Adapter l'enseignement
Fournissez des centicubes ou des cubes emboîtables pour les questions 1 et 2. Encouragez les élèves à construire chaque prisme avant de calculer son volume.

Invitez les élèves à travailler en équipes de deux. À tour de rôle, les élèves trouvent les dimensions d'un prisme à base rectangulaire dont le volume mesure entre 50 cm^3 et 100 cm^3. Les élèves peuvent utiliser deux dimensions de 1 cm seulement dans le cas où aucune autre dimension n'est possible.